

数学试题参考答案及评分标准

评卷说明:

1. 选择题和填空题中的每小题, 只有满分和零分两个评分档, 不给中间分.
2. 解答题中的每小题的解答中所对应的分数, 是指考生正确解答到该步骤所应得的累计分数. 本答案对每小题只给出一种解法, 对考生的其他解法, 请参照评分标准相应评分.
3. 如果考生在解答的中间过程出现计算错误, 但并没有改变试题的实质和难度, 其后续部分酌情给分, 但最多不超过正确解答分数的一半; 若出现严重的逻辑错误, 后续部分就不再给分.

一. 选择题: 本大题共 10 小题, 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是正确的, 请把正确的选项选出来. 每小题选对得 3 分, 共 30 分. 选错、不选或选出的答案超过一个均记零分.

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	D	B	A	C	D	A	B	C	D	C

二、填空题: 本大题共 8 小题, 其中 11-14 题每小题 3 分, 15-18 题每小题 4 分, 共 28 分, 只要求填写最后结果.

11. 1.2×10^8 ; 12. $-2y(x-4)^2$; 13. 乙; 14. ①②③;
15. $2\sqrt{3}$; 16. 25; 17. $\frac{\tan\alpha \cdot \tan\beta}{\tan\beta - \tan\alpha} s$; 18. $\frac{2^{2017}-1}{2}$.

三、解答题: 本大题共 7 小题, 共 62 分. 解答要写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

19. (本题满分 8 分)

解: (1) 原式 = $6 \times \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 3 + 1 + 5 - 3\sqrt{2} - 1 = 8 \dots\dots\dots 3$ 分

$$\begin{aligned}
 (2) \text{原式} &= \left(\frac{3}{a+1} - \frac{a^2-1}{a+1} \right) \cdot \frac{a+1}{(a-2)^2} + \frac{4}{a-2} - a \\
 &= \frac{4-a^2}{a+1} \cdot \frac{a+1}{(a-2)^2} + \frac{4}{a-2} - a \\
 &= \frac{(2+a)(2-a)}{(a-2)^2} + \frac{4}{a-2} - a \\
 &= \frac{-2-a}{a-2} + \frac{4}{a-2} - a \\
 &= \frac{2-a}{a-2} - a \\
 &= -1-a
 \end{aligned}$$

.....3 分

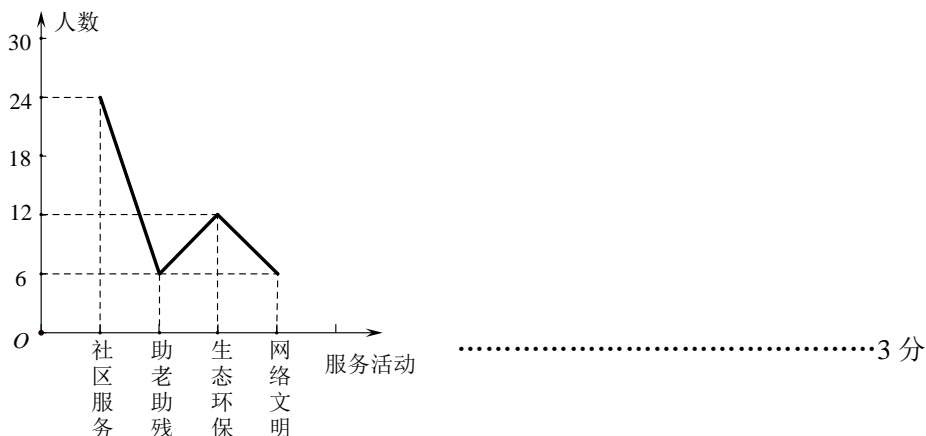
由题意可知 $a \neq -1, a \neq 2$

∴当 $a=0$ 时, 原式 $= -1$ 5 分

20. (本题满分 7 分)

解: (1) 该班全部人数: $12 \div 25\% = 48$ (人)1 分

(2) 如图



(3) $\frac{6}{48} \times 360^\circ = 45^\circ$ 4 分

(4) 分别用“1、2、3、4”代表“助老助残、社区服务、生态环保、网络文明”四个服务活动, 可用列表法表示如下:

小明 \ 小丽	1	2	3	4
1	(1,1)	(2,1)	(3,1)	(4,1)
2	(1,2)	(2,2)	(3,2)	(4,2)
3	(1,3)	(2,3)	(3,3)	(4,3)
4	(1,4)	(2,4)	(3,4)	(4,4)

则所有等可能的情况有 16 种, 其中他们参加同一服务活动的情况有 4 种.6 分

所以恰好相同的概率: $P = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$ 7 分

21. (本题满分 8 分)

(1) 证明:

∵ $OB=OD$,

∴ $\angle ABC = \angle ODB$1 分

∵ $AB=AC$,

∴ $\angle ABC = \angle ACB$.

∴ $\angle ODB = \angle ACB$.

∴ $OD \parallel AC$2 分

∵ DE 是 $\odot O$ 的切线, OD 是 $\odot O$ 的半径,

∴ $DE \perp OD$3 分

$\therefore DE \perp AC$4分

(2) 解:过点 O 作 $OH \perp AF$, 垂足为 H ,

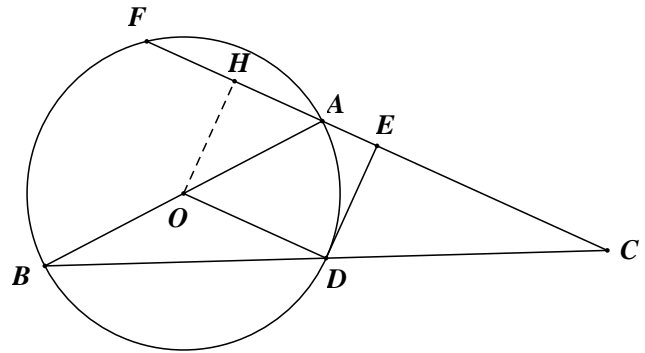
则 $\angle ODE = \angle DEH = \angle OHE = 90^\circ$,

\therefore 四边形 $ODEH$ 为矩形,

$\therefore OD = EH, OH = DE$ 5分

设 $AH = x$,

$\therefore DE + EA = 8, OD = 10$



(第 21 题答案图)

$\therefore AE = 10 - x, OH = DE = 8 - (10 - x) = x - 2$ 6分

在 $Rt\triangle AOH$ 中, 由勾股定理知: $AH^2 + OH^2 = OA^2$.

即 $x^2 + (x - 2)^2 = 10^2$,

解得: $x_1 = 8, x_2 = -6$ (不符合题意, 舍去)7分

$\therefore AH = 8$

$\therefore OH \perp AF$

$\therefore AH = FH = \frac{1}{2} AF$

$\therefore AF = 2AH = 2 \times 8 = 16$ 8分

22. (本题满分 8 分)

解: (1) $\because OB = 3, \triangle AOB$ 的面积为 3

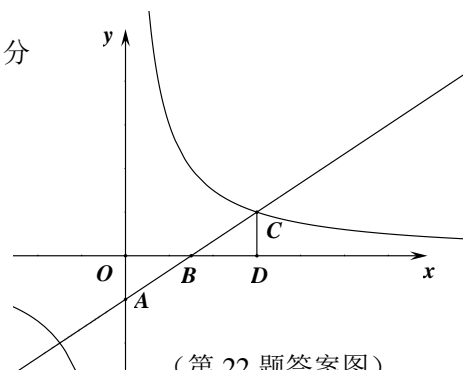
$\therefore B(3, 0), OA = 2, A(0, -2)$ 2分

$$\therefore \begin{cases} b = -2, \\ 3k + b = 0 \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} k = \frac{2}{3} \\ b = -2 \end{cases}$$

$\therefore y = \frac{2}{3}x - 2$ 4分

又 $\because OD = 6, CD \perp x$ 轴,



(第 22 题答案图)

将 $x=6$ 代入 $y=\frac{2}{3}x-2$ 得 $y=2$,

$\therefore C(6, 2)$ 5 分

$\therefore 2 = \frac{n}{6}$,

$\therefore n = 12$,

$\therefore y = \frac{12}{x}$ 6 分

(2) 当 $x > 0$ 时, $kx + b - \frac{n}{x} < 0$ 的解集是 $0 < x < 6$8 分

23. (本题满分 9 分)

解: (1) 设改扩建 1 所 A 类学校需资金 x 万元, 改扩建 1 所 B 类学校需资金 y 万元,

则 $\begin{cases} 2x + 3y = 7800 \\ 3x + y = 5400 \end{cases}$,2 分

解得 $\begin{cases} x = 1200 \\ y = 1800 \end{cases}$,3 分

答: 改扩建 1 所 A 类学校需资金 1200 万元, 改扩建 1 所 B 类学校需资金 1800 万元.

.....4 分

(2) 设 A 类学校有 a 所, 则 B 类学校有 $(10-a)$ 所.

则 $\begin{cases} (1200-300)a + (1800-500)(10-a) \leq 11800 \\ 300a + 500(10-a) \geq 4000 \end{cases}$,6 分

分

解得 $\begin{cases} a \geq 3 \\ a \leq 5 \end{cases}$,7 分

$\therefore 3 \leq a \leq 5$, 即 $a=3, 4, 5$.

答: 有 3 种改扩建方案,

方案一: A 类学校有 3 所, B 类学校有 7 所;

方案二: A 类学校有 4 所, B 类学校有 6 所;

方案三: A 类学校有 5 所, B 类学校有 5 所.9 分

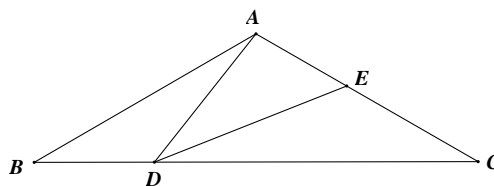
24. (本题满分 10 分)

(1) 证明: \because 在等腰 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 120^\circ$

$\therefore \angle ABD = \angle ACB = 30^\circ$

$\therefore \angle ABD = \angle ADE$ 2 分

$\therefore \angle ADC = \angle ADE + \angle EDC = \angle ABD + \angle DAB$



(第 24 题答案图)

$\therefore \angle EDC = \angle DAB$
 $\therefore \triangle ABD \sim \triangle DCE$ 3分

(2) 解: $\because AB = AC = 2, \angle BAC = 120^\circ$

容易得出: $BC = 2\sqrt{3}$ 4分

则 $DC = 2\sqrt{3} - x, EC = 2 - y$

$\therefore \triangle ABD \sim \triangle DCE$

$\therefore \frac{AB}{BD} = \frac{DC}{CE}$, 即 $\frac{2}{x} = \frac{2\sqrt{3} - x}{2 - y}$ 5分

化简得: $y = \frac{1}{2}x^2 - \sqrt{3}x + 2$ ($0 < x < 2\sqrt{3}$)6分

(3) 当 $AD = DE$ 时,

由(1)可知, 此时 $\triangle ABD \cong \triangle DCE$

则 $AB = CD$, 即 $2 = 2\sqrt{3} - x$

$x = 2\sqrt{3} - 2$, 代入 $y = \frac{1}{2}x^2 - \sqrt{3}x + 2$

解得: $y = 4 - 2\sqrt{3}$, 即 $AE = 4 - 2\sqrt{3}$ 8分

当 $AE = ED$ 时,

$\angle EAD = \angle EDA = 30^\circ, \angle AED = 120^\circ$

$\therefore \angle DEC = 60^\circ, \angle EDC = 90^\circ$

则 $ED = \frac{1}{2}EC$, 即 $y = \frac{1}{2}(2 - y)$

解得: $y = \frac{2}{3}$, 即 $AE = \frac{2}{3}$ 9分

当 $AD = AE$ 时,

$\angle AED = \angle EDA = 30^\circ, \angle EAD = 120^\circ$

此时点 D 与点 B 重合, 与题目不符, 此情况不存在.

\therefore 当 $\triangle ADE$ 是等腰三角形时, $AE = 4 - 2\sqrt{3}$ 或 $AE = \frac{2}{3}$ 10分

25. (本题满分 12 分)

解: (1) \because 直线 $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + \sqrt{3}$ 分别与 x 轴、 y 轴交于 B 、 C 两点,

\therefore 点 B 的坐标为 $(3, 0)$, 点 C 的坐标为 $(0, \sqrt{3})$1分

$\therefore \angle ACO + \angle BCO = 90^\circ, \angle ACO + \angle CAO = 90^\circ,$

$\therefore \angle CAO = \angle BCO$

$\because \angle AOC = \angle COB = 90^\circ$

$\therefore \triangle AOC \sim \triangle COB$ 3 分

$\therefore \frac{AO}{CO} = \frac{CO}{BO}$

$\therefore \frac{AO}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

$\therefore AO = 1$

\therefore 点 A 的坐标为 $(-1, 0)$ 4 分

(2) \because 抛物线 $y = ax^2 + bx + \sqrt{3}$ 经过 A、B 两点

$\therefore \begin{cases} a - b + \sqrt{3} = 0 \\ 9a + 3b + \sqrt{3} = 0 \end{cases}$

解得: $\begin{cases} a = -\frac{\sqrt{3}}{3} \\ b = \frac{2\sqrt{3}}{3} \end{cases}$ 6 分

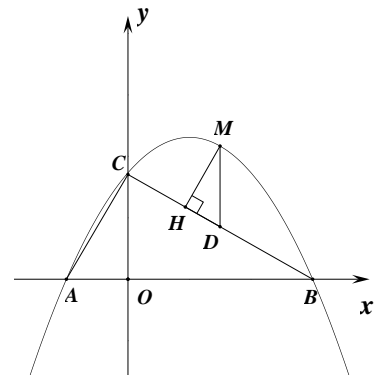
\therefore 抛物线的解析式为 $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x^2 + \frac{2\sqrt{3}}{3}x + \sqrt{3}$ 7 分

(3) 由题意知, $\triangle DMH$ 为直角三角形, 且 $\angle M = 30^\circ$, 当 MD 取得最大值时, $\triangle DMH$ 的周长最大.

设 $M(x, -\frac{\sqrt{3}}{3}x^2 + \frac{2\sqrt{3}}{3}x + \sqrt{3})$, $D(x, -\frac{\sqrt{3}}{3}x + \sqrt{3})$

则 $MD = (-\frac{\sqrt{3}}{3}x^2 + \frac{2\sqrt{3}}{3}x + \sqrt{3}) - (-\frac{\sqrt{3}}{3}x + \sqrt{3})$

即: $MD = -\frac{\sqrt{3}}{3}x^2 + \sqrt{3}x$ ($0 < x < 3$) 9 分



(第 25 题答案图)

$MD = -\frac{\sqrt{3}}{3}(x - \frac{3}{2})^2 + \frac{3\sqrt{3}}{4}$

\therefore 当 $x = \frac{3}{2}$ 时, MD 有最大值 $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ 11 分

$\therefore \triangle DMH$ 周长的最大值为 $\frac{3\sqrt{3}}{4} + \frac{3\sqrt{3}}{4} \times \frac{1}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{4} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{9\sqrt{3} + 9}{8}$ 12 分