

数 学

本试卷包括三道大题，共24小题，共6页。全卷满分120分，考试时间为120分钟。考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

注意事项：

1. 答题前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上，并将条形码准确粘贴在条形码区域内。
2. 答题时，考生务必按照考试要求在答题卡上的指定区域内作答，在草稿纸、试卷上答题无效。

一、选择题(本大题共8小题，每小题3分，共24分)

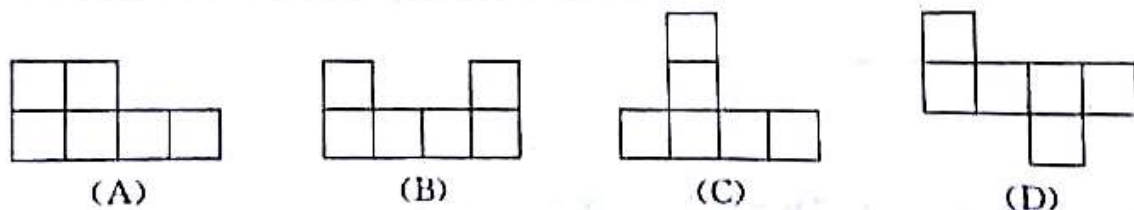
1. 3的相反数是

- (A) -3. (B) $-\frac{1}{3}$. (C) $\frac{1}{3}$. (D) 3.

2. 据统计，2016年长春市接待旅游人数约67 000 000人次，67 000 000这个数用科学记数法表示为

- (A) 67×10^6 . (B) 6.7×10^6 . (C) 6.7×10^7 . (D) 6.7×10^8 .

3. 下列图形中，可以是正方体表面展开图的是

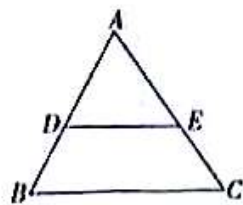


4. 不等式组 $\begin{cases} x-1 \leq 0, \\ 2x-5 < 1 \end{cases}$ 的解集为

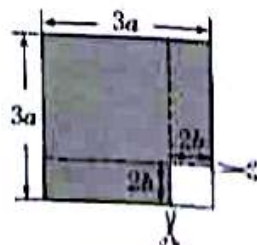
- (A) $x < -2$. (B) $x \leq -1$. (C) $x \leq 1$. (D) $x < 3$.

5. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点D在AB上，点E在AC上， $DE \parallel BC$ 。若 $\angle A = 62^\circ$ ， $\angle AED = 54^\circ$ ，则 $\angle B$ 的大小为

- (A) 54° . (B) 62° . (C) 64° . (D) 74° .



(第5题)

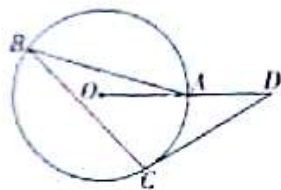


(第6题)

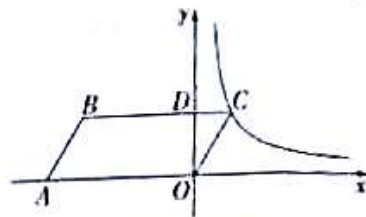
6. 如图，将边长为 $3a$ 的正方形沿虚线剪成两块正方形和两块长方形，若拿掉边长为 $2b$ 的小正方形后，再将剩下的三块拼成一块矩形，则这块矩形较长的边长为

- (A) $3a+2b$. (B) $3a+4b$. (C) $6a+2b$. (D) $6a+4b$.

7. 如图, 点 A, B, C 在 $\odot O$ 上, $\angle ABC = 29^\circ$, 过点 C 作 $\odot O$ 的切线交 OA 的延长线于点 D , 则 $\angle D$ 的大小为
 (A) 29° , (B) 32° , (C) 42° , (D) 58° .



(第7题)

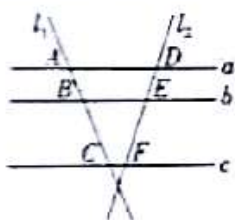


(第8题)

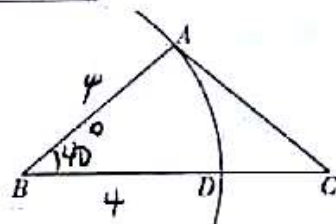
8. 如图, 在平面直角坐标系中, $\square OABC$ 的顶点 A 的坐标为 $(-4, 0)$, 顶点 B 在第二象限, $\angle BAO = 60^\circ$, BC 交 y 轴于点 D , $BD:DC = 3:1$. 若函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0, x > 0$) 的图象经过点 C , 则 k 的值为
 (A) $\frac{\sqrt{3}}{3}$, (B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$, (C) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$, (D) $\sqrt{3}$.

二、填空题(本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

9. 计算: $\sqrt{2} \times \sqrt{3} =$ _____.
 10. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 4x + a = 0$ 有两个相等的实数根, 则 a 的值是 _____.
 11. 如图, 直线 $a \parallel b \parallel c$, 直线 l_1, l_2 与这三条平行线分别交于点 A, B, C 和点 D, E, F . 若 $AB:BC = 1:2$, $DE = 3$, 则 EF 的长为 _____.

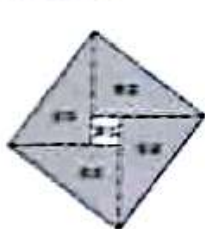


(第11题)

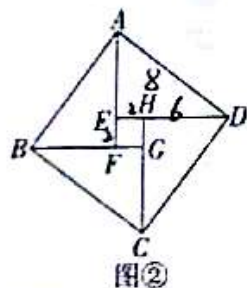


(第12题)

12. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 100^\circ$, $AB = AC = 4$, 以点 B 为圆心, BA 长为半径作圆弧, 交 BC 于点 D , 则 \widehat{AD} 的长为 _____ (结果保留 π).
 13. 如图①, 这个图案是我国汉代的赵爽在注解《周髀算经》时给出的, 人们称它为“赵爽弦图”. 此图案的示意图如图②, 其中四边形 $ABCD$ 和四边形 $EFGH$ 都是正方形, $\triangle ABF$, $\triangle BCG$, $\triangle CDH$, $\triangle DAE$ 是四个全等的直角三角形. 若 $EF = 2$, $DE = 8$, 则 AB 的长为 _____.

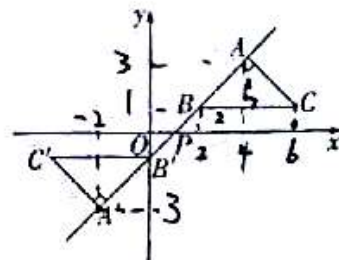


图①



图②

(第13题)



(第14题)

14. 如图, 在平面直角坐标系中, $\triangle ABC$ 的顶点 A 在第一象限, 点 B, C 的坐标分别为 $(2, 1)$, $(6, 1)$, $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = AC$. 直线 AB 交 x 轴于点 P . 若 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 关于点 P 成中心对称, 则点 A' 的坐标为 _____.

三、解答题(本大题共 10 小题, 共 18 分)

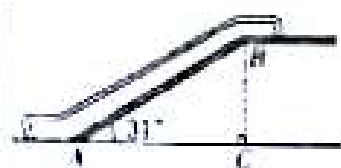
15. (6 分)先化简, 再求值: $(a^2 + 2a + 1) \div (a + 1)^2$, 其中 $a = 2$.

$$\begin{aligned} &= (a+1)^2 \div (a+1)^2 \\ &= (2+1) \div (2+1)^2 \\ &= 1 \div 9 \\ &= \frac{1}{9} \end{aligned}$$

16. (6 分) 一个不透明的口袋中有三个小球, 上面分别标有字母 a , b , c , 每个小球除字母不同外其余均相同. 小园同学从口袋中随机摸出一个小球, 记下字母后放回并搅匀, 再从口袋中随机摸出一个小球记下字母. 用画树状图(或列表)的方法, 求小园同学两次摸出的小球上的字母相同的概率.

17. (6 分) 如图, 某商店营业大厅自动扶梯 AB 的倾斜角为 31° , AB 的长为 12 米. 求大厅两层之间的距离 BC 的长. (结果精确到 0.1 米)

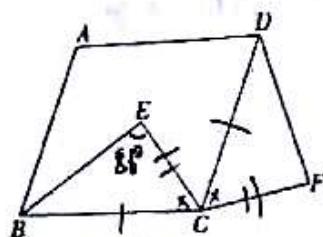
【参考数据: $\sin 31^\circ = 0.515$, $\cos 31^\circ = 0.857$, $\tan 31^\circ = 0.601$ 】



(第 17 题)

18. (7分)某校为了丰富学生的课外体育活动,购买了排球和跳绳.已知排球的单价是跳绳的单价的3倍,购买跳绳共花费750元,购买排球共花费900元,购买跳绳的数量比购买排球的数量多30个,求跳绳的单价.

19. (7分)如图,在菱形 $ABCD$ 中, $\angle A=110^\circ$,点 E 是菱形 $ABCD$ 内一点,连结 CE ,将线段 CE 绕点 C 顺时针旋转 110° 得到线段 CF ,连结 BE 、 DF .若 $\angle E=86^\circ$,求 $\angle F$ 的度数.

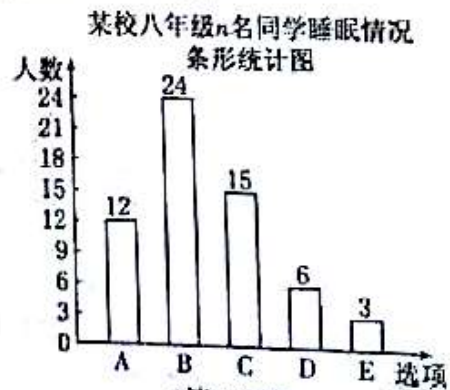


(第19题)

20. (7分)某校八年级学生会为了解本年级600名学生的睡眠情况,将同学们某天的睡眠时长 t (小时)分为A、B、C、D、E($A: 9 \leq t \leq 24$; $B: 8 \leq t < 9$; $C: 7 \leq t < 8$; $D: 6 \leq t < 7$; $E: 0 \leq t < 6$)五个选项,进行了一次问卷调查,随机抽取 n 名同学的调查问卷并进行了整理,绘制成如下条形统计图.根据统计图提供的信息解答下列问题:

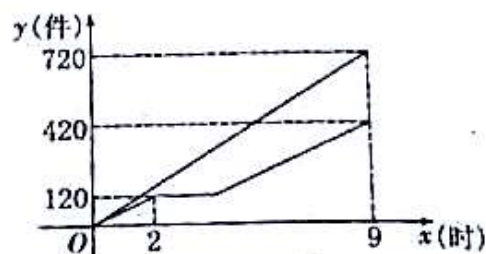
(1)求 n 的值.

(2)根据统计结果,估计该年级600名学生中睡眠时长不足7小时的人数.



(第20题)

21. (8分) 甲、乙两车间同时开始加工一批服装。从开始加工到加工完这批服装甲车间工作了9小时，乙车间在中途停工一段时间维修设备，然后按停工前的工作效率继续加工，直到与甲车间同时完成这批服装的加工任务为止。设甲、乙两车间各自加工服装的数量为 y (件)，甲车间加工的时间为 x (时)， y 与 x 之间的函数图象如图所示。
- (1) 甲车间每小时加工服装的件数为_____件；这批服装的总件数为_____件。
- (2) 求乙车间维修设备后，乙车间加工服装的数量 y 与 x 之间的函数关系式。
- (3) 求甲、乙两车间共同加工完1000件服装时甲车间所用的时间。



(第21题)

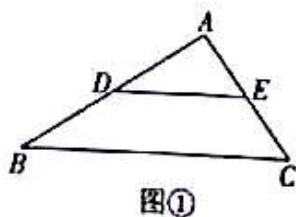
22. (9分) 【再现】如图①，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 、 E 分别是 AB 、 AC 的中点。

可以得到： $DE \parallel BC$ ，且 $DE = \frac{1}{2}BC$ 。（不需要证明）

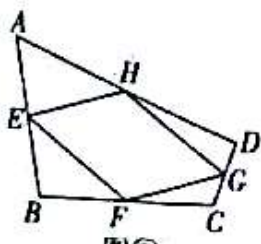
【探究】如图②，在四边形 $ABCD$ 中，点 E 、 F 、 G 、 H 分别为 AB 、 BC 、 CD 、 DA 的中点，判断四边形 $EFGH$ 的形状，并加以证明。

【应用】(1) 在【探究】的条件下，四边形 $ABCD$ 满足什么条件时，四边形 $EFGH$ 是菱形？你添加的条件是：_____。（只添加一个条件）

(2) 如图③，在四边形 $ABCD$ 中，点 E 、 F 、 G 、 H 分别为 AB 、 BC 、 CD 、 DA 的中点，对角线 AC 、 BD 相交于点 O 。若 $AO=OC$ ，四边形 $ABCD$ 的面积为5，则阴影部分图形的面积和为_____。

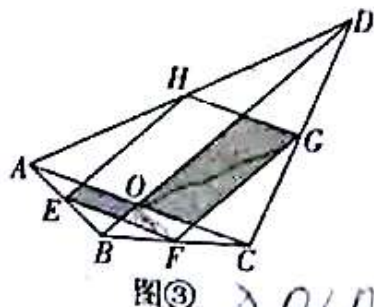


图①



图②

(第22题)

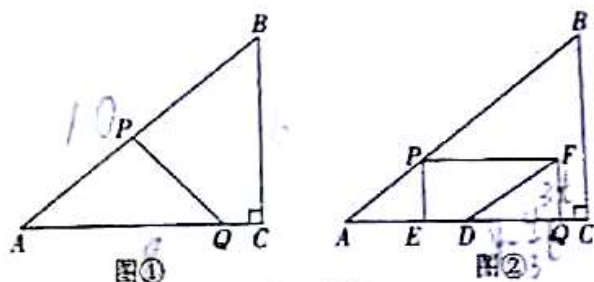


图③

$\triangle BCO = \frac{5}{2}$
5

23. (10分)如图①, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AB=10$, $BC=6$. 点 P 从点 A 出发, 沿折线 $AB-BC$ 向终点 C 运动, 在 AB 上以每秒 5 个单位长度的速度运动, 在 BC 上以每秒 3 个单位长度的速度运动. 点 Q 从点 C 出发, 沿 CA 方向以每秒 $\frac{4}{3}$ 个单位长度的速度运动. P 、 Q 两点同时出发, 当点 P 停止时, 点 Q 也随之停止. 设点 P 运动的时间为 t 秒.

- (1) 求线段 AQ 的长. (用含 t 的代数式表示)
 (2) 连结 PQ , 当 PQ 与 $\triangle ABC$ 的一边平行时, 求 t 的值.
 (3) 如图②, 过点 P 作 $PE \perp AC$ 于点 E , 以 PE 、 EQ 为邻边作矩形 $PEQF$, 点 D 为 AC 的中点, 连结 DF . 设矩形 $PEQF$ 与 $\triangle ABC$ 重叠部分图形的面积为 S .
 ① 当点 Q 在线段 CD 上运动时, 求 S 与 t 之间的函数关系式.
 ② 直接写出 DF 将矩形 $PEQF$ 分成两部分的面积比为 $1:2$ 时 t 的值.



(第 23 题)

24. (12分)定义: 对于给定的两个函数, 任取自变量 x 的一个值, 当 $x < 0$ 时, 它们对应的函数值互为相反数; 当 $x \geq 0$ 时, 它们对应的函数值相等. 我们称这样的两个函数互为相关函数. 例如: 一次函数 $y=x-1$, 它的相关函数为 $y = \begin{cases} -x+1 & (x < 0), \\ x-1 & (x \geq 0). \end{cases}$

(1) 已知点 $A(-5, 8)$ 在一次函数 $y=ax-3$ 的相关函数的图象上, 求 a 的值.

(2) 已知二次函数 $y = -x^2 + 4x - \frac{1}{2}$.

① 当点 $B(m, \frac{3}{2})$ 在这个函数的相关函数的图象上时, 求 m 的值.

② 当 $-3 \leq x \leq 3$ 时, 求函数 $y = -x^2 + 4x - \frac{1}{2}$ 的相关函数的最大值和最小值.

(3) 在平面直角坐标系中, 点 M 、 N 的坐标分别为 $(-\frac{1}{2}, 1)$ 、 $(\frac{9}{2}, 1)$, 连结 MN .

直接写出线段 MN 与二次函数 $y = -x^2 + 4x + n$ 的相关函数的图象有两个公共点时 n 的取值范围.