考号________ 座号________ 考场号________ 姓名________

绝密★　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　**试卷类型 A**

二〇一七年聊城市初中学生学业水平考试

数　学　试　题

亲爱的同学，伴随着考试的开始，你又走到了一个新的人生驿站．请你在答题之前，一定要仔细阅读以下说明：

1．试题由选择题与非选择题两部分组成，共 6 页．选择题 36 分，非选择题 84 分，共 120 分．考试时间 120 分钟．

2．将姓名、考场号、座号、考号填写在试题和答题卡指定的位置．

3．试题答案全部写在答题卡上，完全按照答题卡中的"注意事项"答题．

4．考试结束，答题卡和试题一并交回．

5．不允许使用计算器．

愿你放松心情，认真审题，缜密思考，细心演算，交一份满意的答卷．

选择题(共 36 分)

一、选择题(本题共 12 个小题，每小题 3 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求)

1．64 的立方根是

A．4　　B．8　　C．±4　　D．±8

2．在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\cos A=\frac{1}{2}$，那么 $\sin A$ 的值是

A．$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　B．$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　C．$\frac{\sqrt{3}}{3}$　　D．$\frac{1}{2}$

3．下列计算错误的是

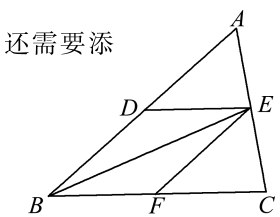
A．$(\frac{1}{2})^{-2}=4$　　B．$3^2\times3^{-1}=3$

C．$2^0\div2^{-2}=\frac{1}{4}$　　D．$(-3\times10^2)^3=-2.7\times10^7$

4．如图，$\triangle ABC$ 中，$DE\parallel BC$，$EF\parallel AB$，要判定四边形 $DBFE$ 是菱形，还需要添加的条件是

A．$AB=AC$　　B．$AD=BD$

C．$BE\perp AC$　　D．BE 平分$\angle ABC$



第 4 题图

5．纽约、悉尼与北京的时差如下表(正数表示同一时刻比北京时间早的时数，负数表示同一时刻比北京时间晚的时数)：

城市	悉尼	纽约
时差/时	$+2$	-13

当北京 6 月 15 日 23 时，悉尼、纽约的时间分别是

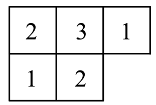
A．6 月 16 日 1 时；6 月 15 日 10 时

B．6 月 16 日 1 时；6 月 14 日 10 时

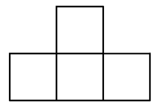
C．6 月 15 日 21 时；6 月 15 日 10 时

D．6 月 15 日 21 时；6 月 16 日 12 时

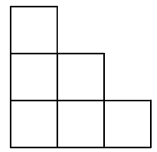
6．如图是由若干个小正方体组成的几何体的俯视图，小正方形中的数字表示该位置小正方体的个数，这个几何体的主视图是



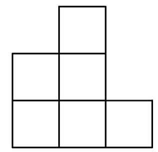
第 6 题图



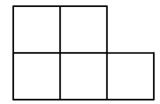
A



B



C



D

7．如果解关于 x 的分式方程 $\frac{m}{x-2}-\frac{2x}{2-x}=1$ 时出现增根，那么 m 的值为

A．-2　　B．2　　C．4　　D．-4

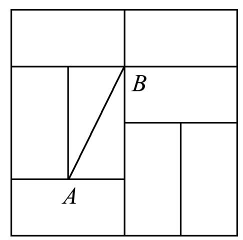
8．计算 $(5\sqrt{\frac{1}{5}}-2\sqrt{45})\div(-\sqrt{5})$ 的结果为

A．5　　B．-5　　C．7　　D．-7

9．如图是由 8 个全等的矩形组成的大正方形，线段 AB 的端点都在小矩形的顶点上．如果点 P 是某个小矩形的顶点，连接 PA，PB，那么使$\triangle ABP$ 为等腰直角三角形的点 P 的个数是

A．2 个　　B．3 个

C．4 个　　D．5 个



第 9 题图

10. 为了满足顾客的需求，某商场将 5kg 奶糖，3kg 酥心糖和 2kg 水果糖混合成什锦糖出售. 已知奶糖的售价为每千克 40 元，酥心糖为每千克 20 元，水果糖为每千克 15 元，混合后什锦糖的售价应为每千克

A. 25 元　　B. 28.5 元　　C. 29 元　　D. 34.5 元

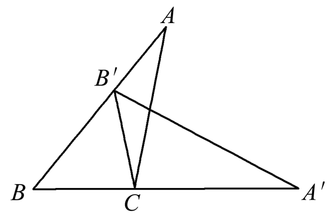
11. 如图，将△ABC 绕点 C 顺时针旋转，使点 B 落在 AB 边上点 B' 处，此时，点 A 的对应点 A' 恰好落在 BC 边的延长线上. 下列结论错误的是

A. $\angle BCB'=\angle ACA'$

B. $\angle ACB=2\angle B$

C. $\angle B'CA=\angle B'AC$

D. $B'C$ 平分 $\angle BB'A'$



第 11 题图

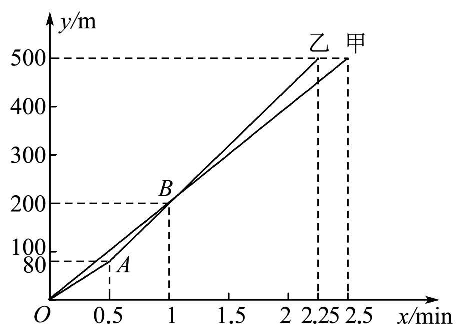
12. 端午节前夕，在东昌湖举行的第七届全民健身运动会龙舟比赛中，甲、乙两队在 500 米的赛道上，所划行的路程 y(m)与时间 x(min)之间的函数关系如图所示. 下列说法错误的是

A. 乙队比甲队提前 0.25min 到达终点

B. 当乙队划行 110m 时，此时落后甲队 15m

C. 0.5min 后，乙队比甲队每分钟快 40m

D. 自 1.5min 开始，甲队若要与乙队同时到达终点，甲队的速度需提高到 255m/min



第 12 题图

非选择题(共 84 分)

二、填空题(本题共 5 个小题，每小题 3 分，共 15 分. 只要求填写最后结果)

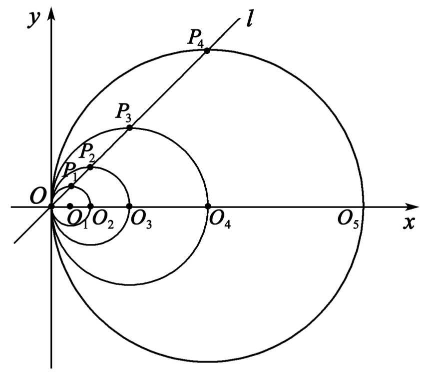
13. 因式分解：$2x^2-32x^4=$________.

14. 已知圆锥形工件的底面直径是 40cm，母线长 30cm，其侧面展开图圆心角的度数为______.

15. 不等式组 $\begin{cases} x-3(x-2)\geqslant -4, \\ \dfrac{1+2x}{3}<x-1 \end{cases}$ 的解集是________.

16. 如果任意选择一对有序整数(m,n)，其中$|m|\leqslant 1$，$|n|\leqslant 3$，每一对这样的有序整数被选择的可能性是相等的，那么关于 x 的方程 $x^2+nx+m=0$ 有两个相等实数根的概率是________.

17. 如图，在平面直角坐标系中，直线 l 的函数表达式为 $y=x$. 点 O_1 的坐标为$(1,0)$，以 O_1 为圆心，O_1O 为半径画圆，交直线 l 于点 P_1，交 x 轴正半轴于点 O_2；以 O_2 为圆心，O_2O 为半径画圆，交直线 l 于点 P_2，交 x 轴正半轴于点 O_3；以 O_3 为圆心，O_3O 为半径画圆，交直线 l 于点 P_3，交 x 轴正半轴于点 O_4；… 按此做法进行下去，其中 $\overset{\frown}{P_{2017}O_{2018}}$ 的长为________.



第 17 题图

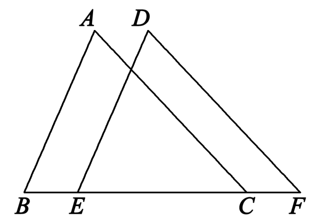
三、解答题(本题共 8 个小题，共 69 分. 解答题应写出文字说明、证明过程或推演步骤)

18. (本题满分 7 分)先化简，再求值：

$$2-\frac{3x+y}{x-2y}\div\frac{9x^2+6xy+y^2}{x^2-4y^2}$$，其中 $x=3$，$y=-4$.

19. (本题满分 8 分)如图，$AB\parallel DE$，$AB=DE$，$BE=CF$.

求证：$AC\parallel DF$.



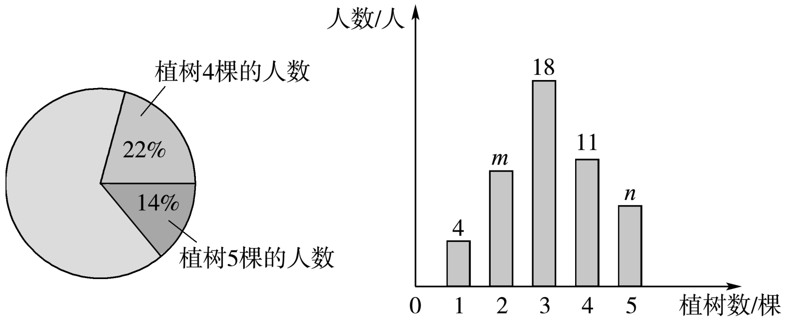
第 19 题图

20.(本题满分 8 分)为了绿化环境,育英中学八年级三班同学都积极参加植树活动.今年植树节时,该班同学植树情况的部分数据如图所示.请根据统计图信息,回答下列问题:

(1)八年级三班共有多少名同学?

(2)条形统计图中,$m=$______,$n=$______.

(3)扇形统计图中,试计算植树 2 棵的人数所对应的扇形圆心角的度数.

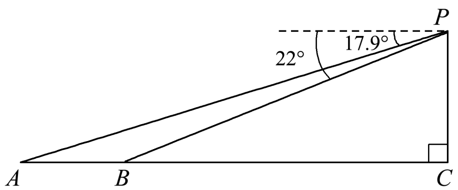


第 20 题图

21.(本题满分 8 分)耸立在临清市城北大运河东岸的舍利宝塔,是“运河四大名塔”之一(如图①).数学兴趣小组的小亮同学在塔上观景点 P 处,利用测角仪测得运河两岸上的 A,B 两点的俯角分别为 17.9°,22°,并测得塔底点 C 到点 B 的距离为 142 米(A,B,C 在同一直线上,如图②).求运河两岸上的 A,B 两点的距离(精确到 1 米).

(参考数据:sin22° ≈0.37,cos 22° ≈0.93,tan22° ≈0.40,sin17.9° ≈0.31,cos 17.9° ≈0.95,tan17.9° ≈0.32)

图①



图②

第 21 题图

22.(本题满分 8 分)在推进城乡义务教育均衡发展工作中,我市某区政府通过公开招标的方式为辖区内全部乡镇中学采购了某型号的学生用电脑和教师用笔记本电脑.其中,A 乡镇中学更新学生用电脑 110 台和教师用笔记本电脑 32 台,共花费 30.5 万元;B 乡镇中学更新学生用电脑 55 台和教师用笔记本电脑 24 台,共花费 17.65 万元.

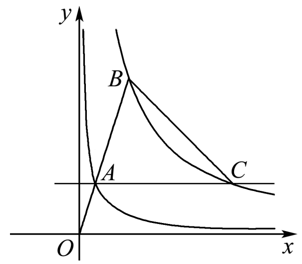
(1)求该型号的学生用电脑和教师用笔记本电脑单价分别是多少万元?

(2)经统计,全部乡镇中学需要购进的教师用笔记本电脑台数比购进的学生用电脑台数的 $\frac{1}{5}$ 少 90 台,在两种电脑的总费用不超过预算 438 万元的情况下,至多能购进的学生用电脑和教师用笔记本电脑各多少台?

23.(本题满分 8 分)如图,分别位于反比例函数 $y=\frac{1}{x}$,$y=\frac{k}{x}$ 在第一象限图象上的两点 A,B,与原点 O 在同一直线上,且 $\frac{OA}{OB}=\frac{1}{3}$.

(1)求反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的表达式;

(2)过点 A 作 x 轴的平行线交 $y=\frac{k}{x}$ 的图象于点 C,连接 BC,求△ABC 的面积.



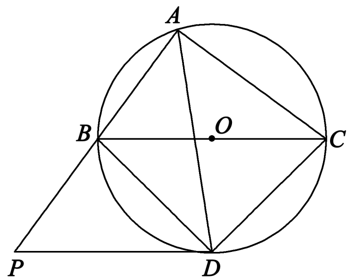
第 23 题图

24.(本题满分 10 分)如图,⊙O 是△ABC 的外接圆,O 点在 BC 边上,∠BAC 的平分线交⊙O 于点 D ,连接 BD,CD.过点 D 作 BC 的平行线,与 AB 的延长线相交于点 P.

(1)求证:PD 是⊙O 的切线;

(2)求证:△PBD∽△DCA;

(3)当 $AB=6$,$AC=8$ 时,求线段 PB 的长.



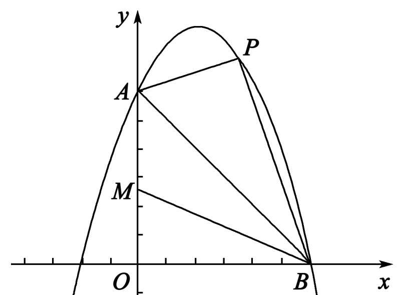
第 24 题图

25.(本题满分 12 分)如图,已知抛物线 $y=ax^2+2x+c$ 与 y 轴交于点 $A(0,6)$,与 x 轴交于点 $B(6,0)$,点 P 是线段 AB 上方抛物线上的一个动点.

(1)求这条抛物线的表达式及其顶点坐标;

(2)当点 P 移动到抛物线的什么位置时,使得∠$PAB=75°$,求出此时点 P 的坐标;

(3)点 P 从 A 点出发沿线段 AB 上方的抛物线向终点 B 移动,在移动中,点 P 的横坐标以每秒 1 个单位长度的速度变动;与此同时点 M 以每秒 1 个单位长度的速度沿 AO 向终点 O 移动,点 P,M 移动到各自终点时停止.当两个动点移动 t 秒时,求四边形 $PAMB$ 的面积 S 关于 t 的函数表达式,并求 t 为何值时,S 有最大值,最大值是多少?



第 25 题图

二〇一七年聊城市初中学生学业水平考试

数学试题(A)参考答案及评分说明

一、选择题(每小题选对得 3 分,满分 36 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	A	B	C	D	A	C	D	A	B	C	C	D

二、填空题(每小题填对得 3 分,满分 15 分)

13. $2x^2(1+4x)(1-4x)$　　14. $240°$　　15. $4<x\leqslant 5$　　16. $\frac{1}{7}$　　17. $2^{2015}\pi$

三、解答题(满分 69 分)

18.(本题满分 7 分)

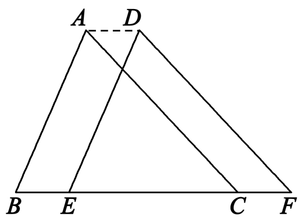
解:原式$=2-\frac{3x+y}{x-2y}\cdot\frac{(x+2y)(x-2y)}{(3x+y)^2}$ …………………………… 1 分

$=2-\frac{x+2y}{3x+y}$ …………………………… 3 分

$=\frac{5x}{3x+y}$. …………………………… 5 分

当 $x=3$,$y=-4$ 时,原式$=\frac{5\times3}{3\times3+(-4)}=\frac{15}{5}=3$. …………………………… 7 分

19.(本题满分 8 分)



第 19 题图

证明:连接 AD.

$\because AB\parallel DE$,$AB=DE$,

$\therefore$四边形 $ABED$ 是平行四边形. …………………… 3 分

$\therefore AD\parallel BE$,$AD=BE$.

$\because BE=CF$,

$\therefore AD=CF$. …………………… 5 分

又 $AD\parallel CF$,

$\therefore$四边形 $ACFD$ 是平行四边形. …………………… 7 分

$\therefore AC\parallel DF$. …………………………… 8 分

20.(本题满分 8 分)

解:(1)由两图可知,植树 4 棵的人数为 11 人,占全班人数的 22%,所以八年级三班共有人数为 $11\div22\%=50$(人). …………………………… 3 分

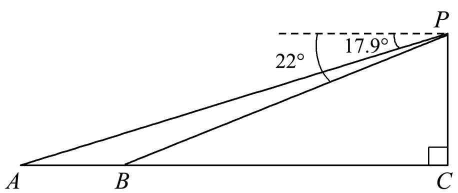
(2)由扇形统计图可知,植树 5 棵的人数占全班人数的 14%,

所以 $n=50\times14\%=7$(人). …………………………… 5 分

$m=50-(4+18+11+7)=10$(人). …………………………… 6 分

(3)所求扇形圆心角的度数为 $360°\times\frac{10}{50}=72°$. …………………………… 8 分

21.(本题满分 8 分)



第 21 题图

解:根据题意可知:$BC=142$ 米,$\angle PBC=22°$,$\angle PAC=17.9°$.

在 Rt$\triangle PBC$ 中,$\tan\angle PBC=\frac{PC}{BC}$,

$\therefore PC=BC\tan\angle PBC=142\tan22°$. …… 3 分

在 Rt$\triangle PAC$ 中,$\tan\angle PAC=\frac{PC}{AC}$,

$\therefore AC=\frac{PC}{\tan\angle PAC}$ …………………………… 5 分

$=\frac{142\tan22°}{\tan17.9°}\approx\frac{142\times0.40}{0.32}=177.5$. …………………………… 7 分

$\therefore AB=AC-BC\approx177.5-142\approx36$(米).

即运河两岸上的 A、B 两点的距离约为 36 米. …………………………… 8 分

22.(本题满分 8 分)

解:(1)设该型号的学生用电脑和教师用笔记本电脑单价分别为 x 万元和 y 万元.

根据题意,得$\begin{cases}110x+32y=30.5,\\55x+24y=17.65.\end{cases}$ …………………………… 2 分

解这个方程组,得$\begin{cases}x=0.19,\\y=0.3.\end{cases}$ …………………………… 4 分

经检验,方程组的解符合题意.

所以,该型号的学生用电脑和教师用笔记本电脑单价分别是 0.19 万元和 0.3 万元. …………………………… 5 分

(2)设能购进的学生用电脑 m 台,则能购进的教师用笔记本电脑$(\frac{1}{5}m-90)$台.

根据题意,得 $0.19m+0.3\times(\frac{1}{5}m-90)\leqslant438$, …………………………… 6 分

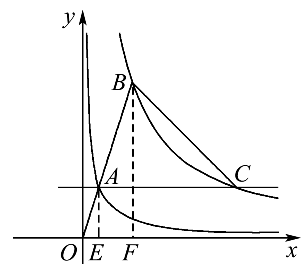
解得　$m\leqslant1860$. …………………………… 7 分

经检验,不等式的解符合题意.

$\therefore\frac{1}{5}m-90=\frac{1}{5}\times1860-90=372-90=282$(台).

答:至多能购进学生用电脑 1860 台,教师用电脑 282 台. …………………………… 8 分

23.(本题满分 8 分)



第 23 题图

解:(1)作 AE,BF 分别垂直于 x 轴,垂足为 E,F.

$\because\triangle AOE\backsim\triangle BOF$,又$\frac{OA}{OB}=\frac{1}{3}$,

$\therefore\frac{OA}{OB}=\frac{OE}{OF}=\frac{EA}{FB}=\frac{1}{3}$. …………………………… 2 分

由点 A 在函数 $y=\frac{1}{x}$的图象上,设 $A(m,\frac{1}{m})$,

$\therefore\frac{OE}{OF}=\frac{m}{OF}=\frac{1}{3}$,$\frac{EA}{FB}=\frac{\frac{1}{m}}{FB}=\frac{1}{3}$.

$\therefore OF=3m$,$FB=\frac{3}{m}$. 即 $B(3m,\frac{3}{m})$. …………………………… 4 分

又点 B 在 $y=\frac{k}{x}$的图象上,

$\therefore\frac{3}{m}=\frac{k}{3m}$,解得 $k=9$.

$\therefore$反比例函数 $y=\frac{k}{x}$的表达式为 $y=\frac{9}{x}$. …………………………… 5 分

(2)由(1)知,$A(m,\frac{1}{m})$,$B(3m,\frac{3}{m})$,

又已知过点 A 作 x 轴的平行线交 $y=\frac{9}{x}$的图象于点 C,

$\therefore$点 C 的纵坐标为$\frac{1}{m}$. 又由点 C 在 $y=\frac{9}{x}$的图象上,

$\therefore\frac{1}{m}=\frac{9}{x}$,解得 $x=9m$.

$\therefore C(9m,\frac{1}{m})$. …………………………… 7 分

$\therefore AC=x_C-x_A=9m-m=8m$.

点 B 到 AC 的距离为 $y_B-y_A=\frac{3}{m}-\frac{1}{m}=\frac{2}{m}$.

$\therefore S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\times8m\times\frac{2}{m}=8$. …………………………… 8 分

24.(本题满分 10 分)

解:(1)证明:∵圆心 O 在 BC 上,

∴BC 是⊙O 的直径,

∴$\angle BAC=90°$. ………………………… 1 分

连接 OD.

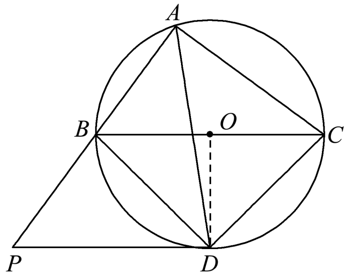
∵AD 平分$\angle BAC$,

∴$\angle BAC=2\angle DAC$.

∵$\angle DOC=2\angle DAC$,

∴$\angle DOC=\angle BAC=90°$. ………………………… 2 分

即 $OD\perp BC$.



第 24 题图

∵$PD/\!/BC$,

∴$OD\perp PD$.

又 OD 是⊙O 的半径,

∴PD 是⊙O 的切线. ………………………… 3 分

(2)证明:∵$PD/\!/BC$,

∴$\angle P=\angle ABC$. 又$\angle ABC=\angle ADC$,

∴$\angle P=\angle ADC$. ………………………… 4 分

∵$\angle PBD+\angle ABD=180°$,$\angle ACD+\angle ABD=180°$,

∴$\angle PBD=\angle ACD$. ………………………… 5 分

∴$\triangle PBD\backsim\triangle DCA$. ………………………… 6 分

(3)∵$\triangle ABC$ 是直角三角形,

∴$BC^2=AB^2+AC^2=6^2+8^2=100$.

∴$BC=10$. ………………………… 7 分

∵OD 垂直平分 BC,

∴$DB=DC$.

∵BC 是⊙O 的直径,

∴$\angle BDC=90°$.

在 Rt$\triangle DBC$ 中,$DB^2+DC^2=BC^2$,即 $2DC^2=BC^2=100$.

∴$DC=DB=5\sqrt{2}$. ………………………… 9 分

∵$\triangle PBD\backsim\triangle DCA$,

∴$\dfrac{PB}{DC}=\dfrac{BD}{AC}$.

即 $PB=\dfrac{DC\cdot BD}{AC}=\dfrac{5\sqrt{2}\cdot 5\sqrt{2}}{8}=\dfrac{25}{4}$. ………………………… 10 分

25.(本题满分 12 分)

解:(1)根据题意,将 $A(0,6)$,$B(6,0)$代入 $y=ax^2+2x+c$,得

$\begin{cases}c=6,\\36a+12+c=0.\end{cases}$

解得,$\begin{cases}a=-\dfrac{1}{2},\\c=6.\end{cases}$

∴ 抛物线的表达式为 $y=-\dfrac{1}{2}x^2+2x+6$. ………………………… 2 分

又 $y=-\dfrac{1}{2}x^2+2x+6=-\dfrac{1}{2}(x-2)^2+8$,

∴抛物线的顶点坐标为(2,8). ………………………… 3 分

(2)过点 P 作 $PC\perp y$ 轴,垂足为点 C.

∵$OA=OB=6$,

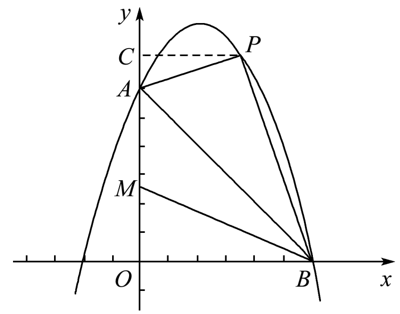
∴$\angle OAB=45°$.

当$\angle PAB=75°$时,$\angle PAC=60°$, ………… 4 分

因此 $\tan\angle PAC=\dfrac{CP}{AC}$,即 $\tan 60°=\dfrac{CP}{AC}=\sqrt{3}$.

可设 $AC=m$,那么 $CP=\sqrt{3}m$.

∴$P(\sqrt{3}m,6+m)$. ………………………… 5 分



第 25 题图①

将 $P(\sqrt{3}m,6+m)$代入 $y=-\dfrac{1}{2}x^2+2x+6$,得

$6+m=-\dfrac{1}{2}(\sqrt{3}m)^2+2\sqrt{3}m+6$.

解得 $m_1=0$,$m_2=\dfrac{4}{3}\sqrt{3}-\dfrac{2}{3}$. ………………………… 6 分

经检验,$P(0,6)$与点 A 重合,不合题意,舍去.

∴所求的 P 点坐标为$(4-\dfrac{2}{3}\sqrt{3},\dfrac{16}{3}+\dfrac{4}{3}\sqrt{3})$. ………………………… 7 分

(3)当两个动点移动 t 秒时,则点 $P(t,-\dfrac{1}{2}t^2+2t+6)$,点 $M(0,6-t)$.

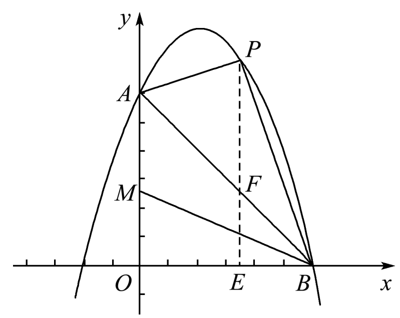
作 $PE\perp x$ 轴,垂足为 E,PE 交 AB 于点 F,则 $EF=EB=6-t$,

∴$F(t,6-t)$. ………………………… 8 分

∴$FP=-\dfrac{1}{2}t^2+2t+6-(6-t)=-\dfrac{1}{2}t^2+3t$. ………………………… 9 分

∵ 点 A 到 PE 的距离等于 OE,点 B 到 PE 的距离等于 BE,

$$\begin{aligned}\therefore S_{\triangle PAB}&=\frac{1}{2}FP\cdot OE+\frac{1}{2}FP\cdot BE\\&=\frac{1}{2}FP(OE+BE)\\&=\frac{1}{2}FP\cdot OB\\&=\frac{1}{2}\times(-\frac{1}{2}t^2+3t)\times 6\\&=-\frac{3}{2}t^2+9t.\end{aligned}$$ ………………………… 10 分



第 25 题图②

又 $S_{\triangle AMB}=\dfrac{1}{2}MA\cdot OB=\dfrac{1}{2}\times t\times 6=3t$.

∴$S_{四边形PAMB}=S_{\triangle PAB}+S_{\triangle AMB}=-\dfrac{3}{2}t^2+12t$. ………………………… 11 分

当 $t=-\dfrac{12}{2\times(-\frac{3}{2})}=4$ 时,$S_{四边形PAMB}$有最大值 24. ………………………… 12 分

说明:解答题各小题只给了一种解答及评分说明,其他解法只要步骤合理、解答正确,均应给出相应的分数.