数　　学

卷　Ⅰ

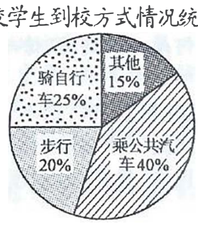
一、选择题(本题有 10 小题,每小题 4 分,共 40 分.每小题只有一个选项是正确的,不选、多选、错选,均不给分)

1. -6 的相反数是(▲)

   A. 6　　　B. 1

   C. 0　　　D. 　6

某校学生到校方式情况统计图



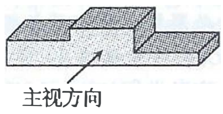
(第 2 题)

2. 某校学生到校方式情况的统计图如图所示.若该校步行到校的学生有 100 人,则乘公共汽车到校的学生有(▲)

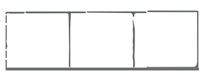
   A. 75 人　　　B. 100 人

   C. 125 人　　　D. 200 人

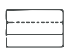
3. 某运动会颁奖台如图所示,它的主视图是(▲)



(第 3 题)



A



B

C

D

4. 下列选项中的整数,与 $\sqrt{17}$ 最接近的是(▲)

   A. 3　　　B. 4　　　C. 5　　　D. 6

5. 温州某企业车间有 50 名工人，某一天他们生产的机器零件个数统计如下表.

零件个数(个)	5	6	7	8
人数(人)	3	15	22	10

表中表示零件个数的数据中，众数是(▲)

A. 5 个　　B. 6 个　　C. 7 个　　D. 8 个

6. 已知点 $(-1,y_1)$，$(4,y_2)$ 在一次函数 $y=3x-2$ 的图象上，则 y_1，y_2，0 的大小关系是(▲)

A. $0<y_1<y_2$　　B. $y_1<0<y_2$　　C. $y_1<y_2<0$　　D. $y_2<0<y_1$

7. 如图，一辆小车沿倾斜角为 α 的斜坡向上行驶 13 米，已知 $\cos\alpha=\frac{12}{13}$，则小车上升的高度是(▲)

A. 5 米　　B. 6 米　　C. 6.5 米　　D. 12 米

(第 7 题)

8. 我们知道方程 $x^2+2x-3=0$ 的解是 $x_1=1$，$x_2=-3$. 现给出另一个方程 $(2x+3)^2+2(2x+3)-3=0$，它的解是(▲)

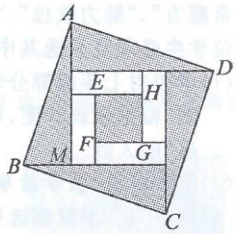
A. $x_1=1$，$x_2=3$　　B. $x_1=1$，$x_2=-3$

C. $x_1=-1$，$x_2=3$　　D. $x_1=-1$，$x_2=-3$

9. 四个全等的直角三角形按图示方式围成正方形 $ABCD$，过各较长直角边的中点作垂线，围成面积为 S 的小正方形 $EFGH$. 已知 AM 为 Rt$\triangle ABM$ 较长直角边，$AM=2\sqrt{2}EF$，则正方形 $ABCD$ 的面积为(▲)

A. $12S$　　B. $10S$

C. $9S$　　D. $8S$

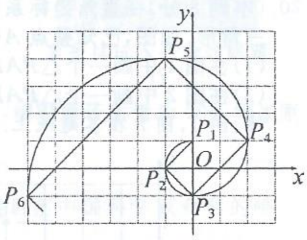


(第 9 题)

10. 我们把 1，1，2，3，5，8，13，21，…这组数称为斐波那契数列. 为了进一步研究，依次以这列数为半径作 90° 圆弧 $\overset{\frown}{P_1P_2}$，$\overset{\frown}{P_2P_3}$，$\overset{\frown}{P_3P_4}$，…得到斐波那契螺旋线，然后顺次连结 P_1P_2，P_2P_3，P_3P_4，…得到螺旋折线(如图). 已知点 $P_1(0,1)$，$P_2(-1,0)$，$P_3(0,-1)$，则该折线上点 P_9 的坐标为(▲)

A. $(-6,24)$　　B. $(-6,25)$

C. $(-5,24)$　　D. $(-5,25)$



(第 10 题)

卷 Ⅱ

二、填空题(本题有 6 小题，每小题 5 分，共 30 分)

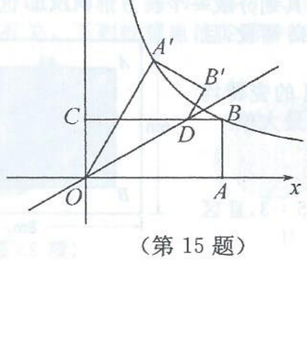
11. 分解因式：$m^2+4m=$ ▲ .

12. 数据 1，3，5，12，a，其中整数 a 是这组数据的中位数，则该组数据的平均数是 ▲ .

13. 已知扇形的面积为 3π，圆心角为 120°，则它的半径为 ▲ .

14. 甲、乙工程队分别承接了 160 米、200 米的管道铺设任务，已知乙比甲每天多铺设 5 米，甲、乙完成铺设任务的时间相同，问甲每天铺设多少米？设甲每天铺设 x 米，根据题意可列出方程： ▲ .

15. 如图，矩形 $OABC$ 的边 OA，OC 分别在 x 轴、y 轴上，点 B 在第一象限，点 D 在边 BC 上，且 $\angle AOD=30°$，四边形 $OA'B'D$ 与四边形 $OABD$ 关于直线 OD 对称(点 A' 和 A，B' 和 B 分别对应). 若 $AB=1$，反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k\neq 0)$ 的图象恰好经过点 A'，B，则 k 的值为 ▲ .



(第 15 题)

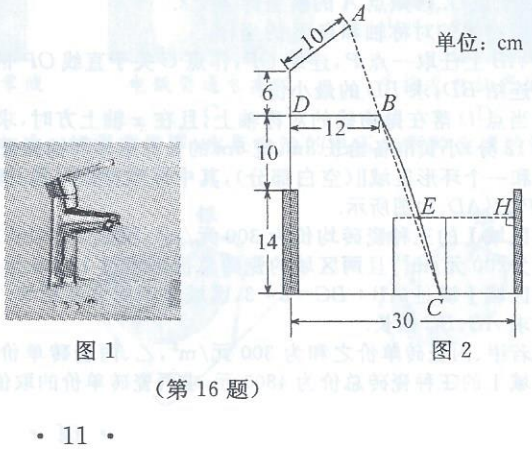


图 1　　图 2

(第 16 题)

16. 小明家的洗手盆上装有一种抬启式水龙头(如图1). 完全开启后，水流路线呈抛物线，把手端点 A、出水口 B 和落水点 C 恰好在同一直线上，点 A 到出水管 BD 的距离为 12cm，洗手盆及水龙头的相关数据如图2所示，现用高 10.2cm 的圆柱型水杯去接水，若水流所在抛物线经过点 D 和杯子上底面中心 E，则点 E 到洗手盆内侧的距离 EH 为 ▲ cm.

三、解答题(本题有8小题，共80分. 解答需写出必要的文字说明、演算步骤或证明过程)

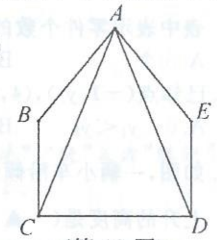
17.(本题10分)(1)计算：$2\times(-3)+(-1)^2+\sqrt{8}$.

(2)化简：$(1+a)(1-a)+a(a-2)$.

18.(本题8分)如图，在五边形 $ABCDE$ 中，$\angle BCD=\angle EDC=90°$，$BC=ED$，$AC=AD$.

(1)求证：$\triangle ABC\cong\triangle AED$.

(2)当 $\angle B=140°$ 时，求 $\angle BAE$ 的度数.

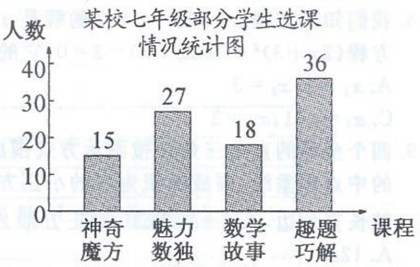


(第18题)

19.(本题8分)为培养学生数学学习兴趣，某校七年级准备开设"神奇魔方"、"魅力数独"、"数学故事"、"趣题巧解"四门选修课(每位学生必须且只选其中一门).

(1)学校对七年级部分学生进行选课调查，得到如图所示的统计图. 根据该统计图，请估计该校七年级480名学生选"数学故事"的人数.

(2)学校将选"数学故事"的学生分成人数相等的 A,B,C 三个班，小聪、小慧都选择了"数学故事". 已知小聪不在 A 班，求他和小慧被分到同一个班的概率.(要求列表或画树状图)



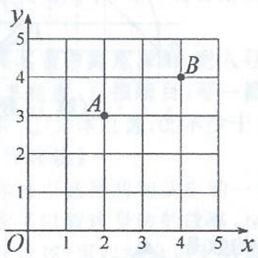
(第19题)

20.(本题8分)在直角坐标系中，我们把横、纵坐标都为整数的点称为整点，记顶点都是整点的三角形为整点三角形. 如图，已知整点 $A(2,3)$，$B(4,4)$，请在所给网格区域(含边界)上按要求画整点三角形.

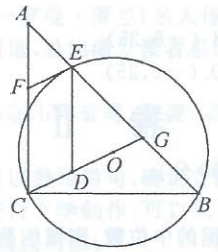
(1)在图1中画一个 $\triangle PAB$，使点 P 的横、纵坐标之和等于点 A 的横坐标.

(2)在图2中画一个 $\triangle PAB$，使点 P，B 横坐标的平方和等于它们纵坐标和的4倍.

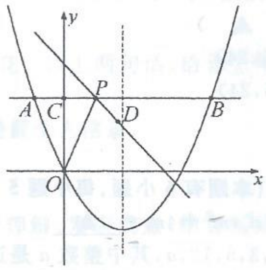
注：图1，图2在答题纸上.



(第20题)



(第21题)



(第22题)

21.(本题10分)如图，在 $\triangle ABC$ 中，$AC=BC$，$\angle ACB=90°$，$\odot O$(圆心 O 在 $\triangle ABC$ 内部)经过 B，C 两点，交 AB 于点 E，过点 E 作 $\odot O$ 的切线交 AC 于点 F，延长 CO 交 AB 于点 G，作 $ED\parallel AC$ 交 CG 于点 D.

(1)求证：四边形 $CDEF$ 是平行四边形.

(2)若 $BC=3$，$\tan\angle DEF=2$，求 BG 的值.

22.(本题10分)如图，过抛物线 $y=\frac{1}{4}x^2-2x$ 上一点 A 作 x 轴的平行线，交抛物线于另一点 B，交 y 轴于点 C. 已知点 A 的横坐标为 -2.

(1)求抛物线的对称轴和点 B 的坐标.

(2)在 AB 上任取一点 P，连结 OP，作点 C 关于直线 OP 的对称点 D.

①连结 BD，求 BD 的最小值.

②当点 D 落在抛物线的对称轴上，且在 x 轴上方时，求直线 PD 的函数表达式.

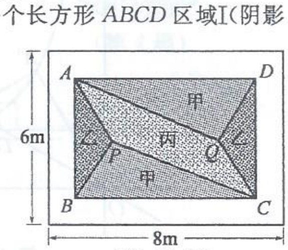
23.(本题12分)小黄准备给长8m，宽6m的长方形客厅铺设瓷砖，现将其划分成一个长方形 $ABCD$ 区域Ⅰ(阴影部分)和一个环形区域Ⅱ(空白部分)，其中区域Ⅰ用甲、乙、丙三种瓷砖铺设，且满足 $PQ\parallel AD$，如图所示.

(1)若区域Ⅰ的三种瓷砖均价为300元/m²，面积为 S(m²)，区域Ⅱ的瓷砖均价为200元/m²，且两区域的瓷砖总价不超过12000元，求 S 的最大值.

(2)若区域Ⅰ满足 $AB:BC=2:3$，区域Ⅱ四周宽度相等.

①求 AB，BC 的长.

②若甲、丙瓷砖单价之和为300元/m²，乙、丙瓷砖单价之比为5∶3，且区域Ⅰ的三种瓷砖总价为4800元，求丙瓷砖单价的取值范围.



(第23题)

24.(本题 14 分)如图,已知线段 $AB=2$,$MN\perp AB$ 于点 M,且 $AM=BM$. P 是射线 MN 上一动点,E,D 分别是 PA,PB 的中点,过点 A,M,D 的圆与 BP 的另一交点为 C(点 C 在线段 BD 上),连结 AC,DE.

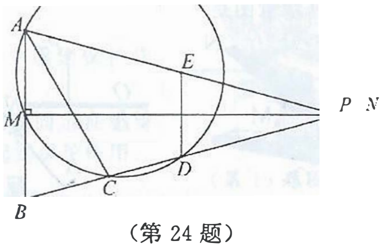
(1)当$\angle APB=28°$时,求$\angle B$ 和$\overset{\frown}{CM}$的度数.

(2)求证:$AC=AB$.

(3)在点 P 的运动过程中.

①当 $MP=4$ 时,取四边形 $ACDE$ 一边的两端点和线段 MP 上一点 Q,若以这三点为顶点的三角形是直角三角形,且 Q 为锐角顶点,求所有满足条件的 MQ 的值.

②记 AP 与圆的另一个交点为 F,将点 F 绕点 D 旋转 90°得点 G,当点 G 恰好落在 MN 上时,连结 AG,CG,DG,EG,直接写出$\triangle ACG$ 与$\triangle DEG$ 的面积之比.



(第 24 题)

数学参考答案

一、选择题(本题有 10 小题,每小题 4 分,共 40 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	A	D	C	B	C	B	A	D	C	B

二、填空题(本题有 6 小题,每小题 5 分,共 30 分)

11. $m(m+4)$　12. 5　13. 3　14. $\frac{160}{x}=\frac{200}{x+5}$　15. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$　16. $24-8\sqrt{2}$

三、解答题(本题有 8 小题,共 80 分)

17. (本题 10 分)

解　(1)原式$=-6+1+2\sqrt{2}=-5+2\sqrt{2}$.

(2)原式$=1-a^2+a^2-2a=1-2a$.

18. (本题 8 分)

(1)证明　$\because AC=AD$,$\therefore \angle ACD=\angle ADC$.

$\because \angle BCD=\angle EDC=90^\circ$,$\therefore \angle ACB=\angle ADE$.

$\because BC=ED$,$\therefore \triangle ABC\cong\triangle AED(SAS)$.

(2)解　由(1)得$\triangle ABC\cong\triangle AED$,$\therefore \angle B=\angle E=140^\circ$.

$\because$五边形 $ABCDE$ 的内角和为 540°,

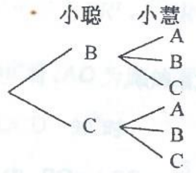
$\therefore \angle BAE=540^\circ-2\times(140^\circ+90^\circ)=80^\circ$.

19.(本题8分)

解 (1)$480\times\dfrac{18}{15+27+18+36}=90$(人).

答:估计该校七年级学生选“数学故事”的人数为90人.

(2)画树状图如下:



$\therefore P$(同班)$=\dfrac{1}{3}$.

20.(本题8分)

解 (1)如图1或图2. (2)如图3或图4.

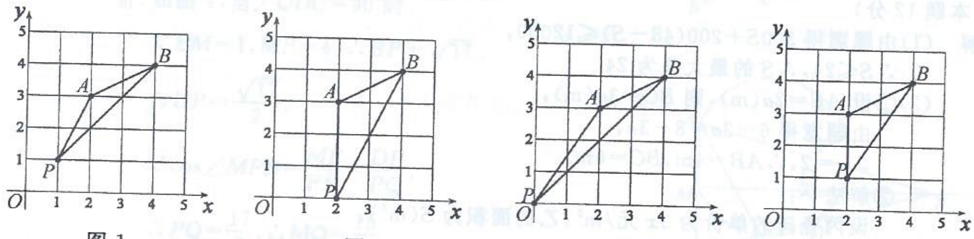


图1 图2 图3 图4

(第20题)

21.(本题10分)

解 (1)连结OE.

$\because AC=BC,\angle ACB=90°$,

$\therefore \angle B=45°,\therefore \angle COE=90°$.

$\because EF$与$\odot O$相切,

$\therefore \angle FEO=90°$,

$\therefore \angle COE+\angle FEO=180°$,

$\therefore EF/\!/CO$.

$\because DE/\!/CF$,

$\therefore$四边形$CDEF$是平行四边形.

(2)过点G作$GH\perp CB$于点H.

$\because \angle ACB=90°,\therefore AC/\!/GH,\therefore \angle FCD=\angle CGH$.

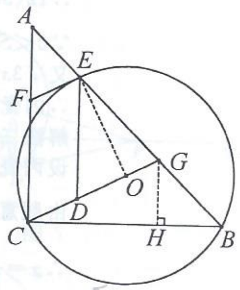
在$\square CDEF$中,$\angle DEF=\angle FCD,\therefore \angle DEF=\angle CGH$,

$\therefore \tan\angle CGH=\tan\angle DEF=2,\therefore \dfrac{CH}{GH}=2$.

$\because \angle B=45°,\therefore GH=BH,\therefore CH=2BH$.

$\because BC=3,\therefore BH=GH=1$,

$\therefore BG=\sqrt{2}$.



(第21题)

22.(本题10分)

解 (1)对称轴是直线$x=-\dfrac{b}{2a}=-\dfrac{-2}{2\times\dfrac{1}{4}}=4$.

$\because$点A,B关于直线$x=4$对称,点A的横坐标为-2,

$\therefore$点B的横坐标为10.

当$x=10$时,$y=5$,

$\therefore$点B的坐标为$(10,5)$.

(2)①如图1,连结OD,OB.

$\because$点C,D关于直线OP对称,

$\therefore OD=OC=5$.

$\because OD+BD\geqslant OB$,

$\therefore BD\geqslant OB-OD=5\sqrt{5}-5$,

$\therefore$当点D在线段OB上时,BD有最小值$5\sqrt{5}-5$.

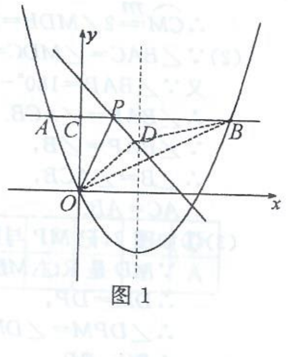


图1

②如图 2,设抛物线的对称轴交 x 轴于点 F,交 BC 于点 H.

∵$OD=5$,$OF=4$,∴$DF=3$,

∴$D(4,3)$,$DH=HF-DF=2$.

设 $CP=a$,则 $PD=PC=a$,$PH=4-a$,

在 Rt△PHD 中,$(4-a)^2+2^2=a^2$,

∴$a=\frac{5}{2}$,∴$P(\frac{5}{2},5)$.

设直线 PD 的函数表达式为 $y=kx+b(k\neq0)$,

∴$\begin{cases}\frac{5}{2}k+b=5,\\4k+b=3.\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k=-\frac{4}{3},\\b=\frac{25}{3}.\end{cases}$

∴直线 PD 的函数表达式为 $y=-\frac{4}{3}x+\frac{25}{3}$.

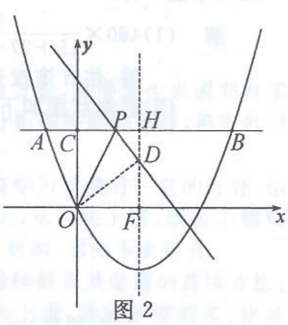


图 2

(第 22 题)

23.(本题 12 分)

解 (1)由题意得 $300S+200(48-S)\leqslant12000$,

∴$S\leqslant24$,∴S 的最大值为 24.

(2)①设 $AB=2a$(m),则 $BC=3a$(m),

由题意得 $6-2a=8-3a$,

∴$a=2$,∴$AB=4$m,$BC=6$m.

②解法一:

设丙瓷砖的单价为 $3x$ 元/m²,乙的面积为 S(m²).

由 $PQ\parallel AD$ 得甲的面积为 12m²,

∴$12(300-3x)+5xS+3x(12-S)=4800$,∴$x=\frac{600}{S}$.

∵$0<S<12$,∴$x>50$,∴$3x>150$.

又∵$3x<300$,∴$150<3x<300$,

∴丙瓷砖单价大于 150 元/m² 且小于 300 元/m².

解法二:

设丙瓷砖的单价为 x 元/m²,丙的面积为 S(m²).

由题意得 $12(300-x)+\frac{5}{3}x(12-S)+xS=4800$,

∴$x=\frac{1800}{12-S}$.

∵$0<S<12$,∴$x>150$.

又∵$x<300$,∴$150<x<300$.

24.(本题 14 分)

解 (1)∵$MN\perp AB$,$AM=BM$,

∴$PA=PB$,∴$\angle PAB=\angle B$.

∵$\angle APB=28^\circ$,∴$\angle B=76^\circ$.

如图 1,连结 MD.∵MD 为△PAB 的中位线,

∴$MD\parallel AP$,∴$\angle MDB=\angle APB=28^\circ$,

∴$\overset{\overset{m}{\frown}}{CM}=2\angle MDB=56^\circ$.

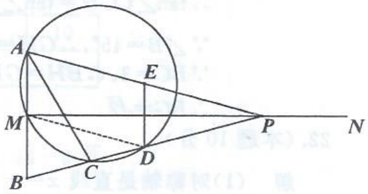


图 1

(2)∵$\angle BAC=\angle MDC=\angle APB$,

又∵$\angle BAP=180^\circ-\angle APB-\angle B$,$\angle ACB=180^\circ-\angle BAC-\angle B$,

∴$\angle BAP=\angle ACB$.

∵$\angle BAP=\angle B$,

∴$\angle B=\angle ACB$,

∴$AC=AB$.

(3)①如图 2,记 MP 与圆的另一个交点为 R.

∵MD 是 Rt△MBP 的中线,

∴$DM=DP$,

∴$\angle DPM=\angle DMP=\angle RCD$,

∴$RC=RP$.

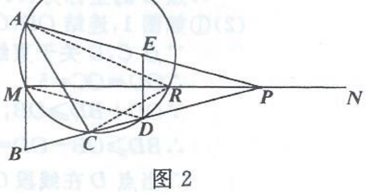


图 2

$\because \angle ACR=\angle AMR=90°$,

$\therefore AM^2+MR^2=AR^2=AC^2+CR^2$.

$\therefore 1^2+MR^2=2^2+PR^2$,

$\therefore 1^2+(4-PR)^2=2^2+PR^2$，$\therefore PR=\frac{13}{8}$，$\therefore MR=\frac{19}{8}$.

Ⅰ 当$\angle ACQ=90°$时，AQ为圆的直径，$\therefore Q$与R重合，$\therefore MQ=MR=\frac{19}{8}$.

Ⅱ. 如图 3，当$\angle QCD=90°$时，

在 Rt$\triangle QCP$ 中，$PQ=2PR=\frac{13}{4}$，

$\therefore MQ=\frac{3}{4}$.

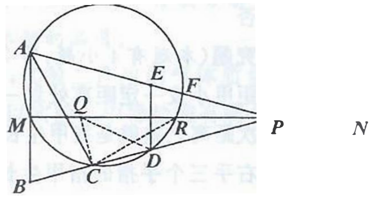


图 3

Ⅲ. 如图 4，当$\angle QDC=90°$时，

$\because BM=1, MP=4, \therefore BP=\sqrt{17}$，

$\therefore DP=\frac{\sqrt{17}}{2}$

$\because \cos\angle MPB=\frac{MP}{PB}=\frac{DP}{PQ}$，

$\therefore PQ=\frac{17}{8}$，$\therefore MQ=\frac{15}{8}$.

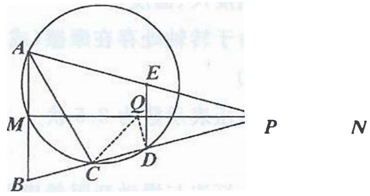


图 4

Ⅳ. 如图 5，当$\angle AEQ=90°$时，

由对称性得$\angle AEQ=\angle BDQ=90°$，

$\therefore MQ=\frac{15}{8}$.

综上所述，MQ的值为$\frac{19}{8}$或$\frac{3}{4}$或$\frac{15}{8}$.

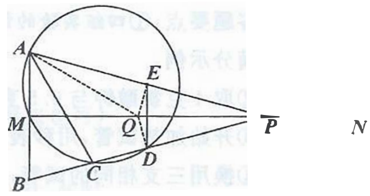


图 5

② $\frac{6-2\sqrt{3}}{3}$

提示：如图 6，$\because DM /\!/ AF$，$\therefore DF=AM=DE=1$，可得$\triangle DEG$为正三角形.

易得$\angle GMD=\angle GDM=15°$，得$MG=DG=1$.

作$CH\perp AB$于点H，

由$\angle BAC=30°$得$CH=1=MG$，$CG=MH=\sqrt{3}-1$，

$\therefore S_{\triangle ACG}=\frac{\sqrt{3}-1}{2}$.

$\because S_{\triangle DEG}=\frac{\sqrt{3}}{4}$，

$\therefore S_{\triangle ACG} : S_{\triangle DEG}=\frac{6-2\sqrt{3}}{3}$

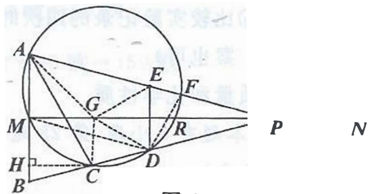


图 6

（第 24 题）