

# 青岛市二〇一七年初中学业水平考试

## 数学试题



(考试时间：120 分钟；满分：120 分)

温馨提示：亲爱的同学，欢迎你参加本次考试，祝你答题成功！

1. 本试题分第 I 卷和第 II 卷两部分，共有 24 道题。第 I 卷 1—8 题为选择题，共 24 分；第 II 卷 9—14 题为填空题，15 题为作图题，16—24 题为解答题，共 96 分。
2. 所有题目均在答题卡上作答，在试题上作答无效。

### 第 I 卷 (共 24 分)

#### 一、选择题 (本题满分 24 分，共有 8 道小题，每小题 3 分)

下列每小题都给出标号为 A、B、C、D 的四个结论，其中只有一个是正确的。每小题选对得分；不选、选错或选出的标号超过一个的不得分。

1.  $-\frac{1}{8}$  的相反数是 ( )。

A. 8

B. -8

C.  $\frac{1}{8}$

D.  $-\frac{1}{8}$

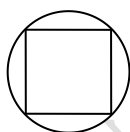
2. 下列四个图形中，是轴对称图形，但不是中心对称图形的是 ( )。



A.



B.



C.



D.

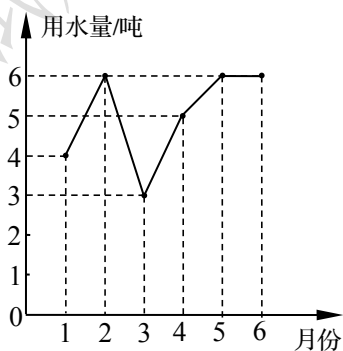
3. 小明家 1 至 6 月份的用水量统计如图所示，关于这组数据，下列说法中错误的是 ( )。

A. 众数是 6 吨

B. 平均数是 5 吨

C. 中位数是 5 吨

D. 方差是  $\frac{4}{3}$



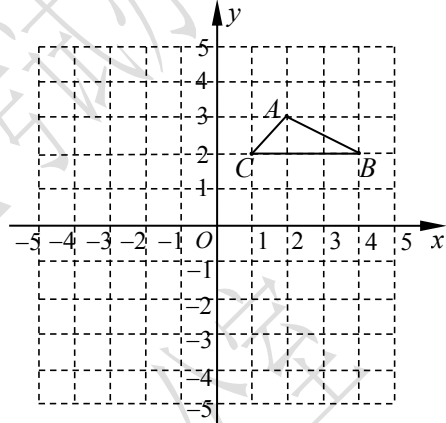
(第 3 题)

4. 计算  $6m^6 \div (-2m^2)^3$  的结果为 ( ).

- A.  $-m$                       B.  $-1$                       C.  $\frac{3}{4}$                       D.  $-\frac{3}{4}$

5. 如图, 若将  $\triangle ABC$  绕点  $O$  逆时针旋转  $90^\circ$ , 则顶点  $B$  的对应点  $B_1$  的坐标为 ( ).

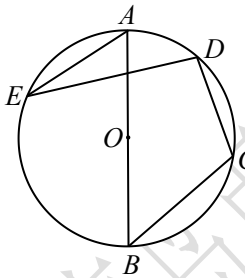
- A.  $(-4, 2)$   
 B.  $(-2, 4)$   
 C.  $(4, -2)$   
 D.  $(2, -4)$



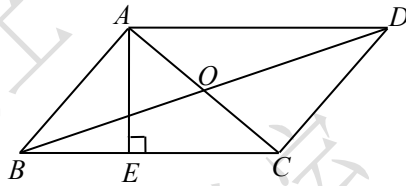
(第5题)

6. 如图,  $AB$  是  $\odot O$  的直径, 点  $C, D, E$  在  $\odot O$  上, 若  $\angle AED = 20^\circ$ , 则  $\angle BCD$  的度数为 ( ).

- A.  $100^\circ$                       B.  $110^\circ$                       C.  $115^\circ$                       D.  $120^\circ$



(第6题)



(第7题)

7. 如图,  $\square ABCD$  的对角线  $AC$  与  $BD$  相交于点  $O$ ,  $AE \perp BC$ , 垂足为  $E$ ,  $AB = \sqrt{3}$ ,  $AC = 2$ ,  $BD = 4$ , 则  $AE$  的长为 ( ).

- A.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$                       B.  $\frac{3}{2}$                       C.  $\frac{\sqrt{21}}{7}$                       D.  $\frac{2\sqrt{21}}{7}$

8. 一次函数  $y = kx + b (k \neq 0)$  的图象经过  $A(-1, -4)$ ,  $B(2, 2)$  两点,  $P$  为反比例函数  $y = \frac{kb}{x}$  图象上一动点,  $O$  为坐标原点, 过点  $P$  作  $y$  轴的垂线, 垂足为  $C$ , 则  $\triangle PCO$  的面积为 ( ).

- A. 2                      B. 4                      C. 8                      D. 不确定

## 第II卷 (共 96 分)

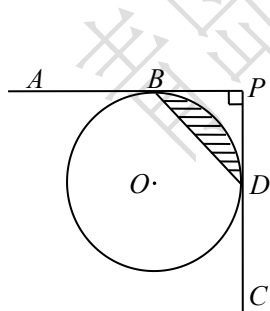
### 二、填空题 (本题满分 18 分, 共有 6 道小题, 每小题 3 分)

9. 近年来, 国家重视精准扶贫, 收效显著, 据统计约 65 000 000 人脱贫. 65 000 000 用科学记数法可表示为\_\_\_\_\_.

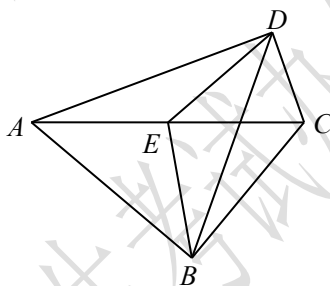
10. 计算:  $(\sqrt{24} + \sqrt{\frac{1}{6}}) \times \sqrt{6} =$ \_\_\_\_\_.

11. 若抛物线  $y = x^2 - 6x + m$  与  $x$  轴没有交点, 则  $m$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

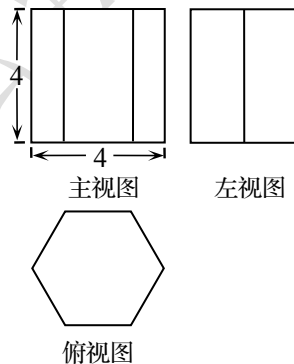
12. 如图, 直线  $AB, CD$  分别与  $\odot O$  相切于  $B, D$  两点, 且  $AB \perp CD$ , 垂足为  $P$ , 连接  $BD$ , 若  $BD = 4$ , 则阴影部分的面积为\_\_\_\_\_.



(第 12 题)



(第 13 题)



(第 14 题)

13. 如图, 在四边形  $ABCD$  中,  $\angle ABC = \angle ADC = 90^\circ$ ,  $E$  为对角线  $AC$  的中点, 连接  $BE, ED, BD$ , 若  $\angle BAD = 58^\circ$ , 则  $\angle EBD$  的度数为\_\_\_\_\_度.

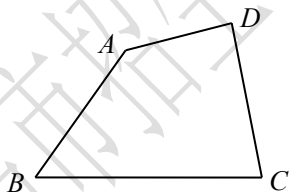
14. 已知某几何体的三视图如图所示, 其中俯视图为正六边形, 则该几何体的表面积为\_\_\_\_\_.

### 三、作图题 (本题满分 4 分)

用圆规、直尺作图, 不写作法, 但要保留作图痕迹.

15. 已知: 四边形  $ABCD$ .

求作: 点  $P$ , 使  $\angle PCB = \angle B$ , 且点  $P$  到边  $AD$  和  $CD$  的距离相等.



(第 15 题)

四、解答题（本题满分 74 分，共有 9 道小题）

16.（本小题满分 8 分，每题 4 分）

(1) 解不等式组：
$$\begin{cases} x-1 > 2x & \text{①} \\ \frac{x}{2}+3 < -2 & \text{②} \end{cases}$$

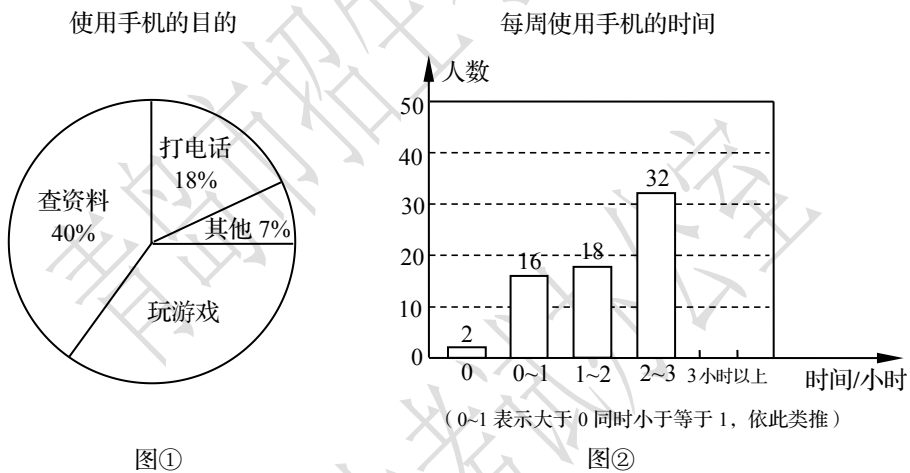
(2) 化简：
$$\left(\frac{a^2}{b}-a\right)\div\frac{a^2-b^2}{b}$$

17.（本小题满分 6 分）

小华和小军做摸球游戏： $A$  袋装有编号为 1, 2, 3 的三个小球， $B$  袋装有编号为 4, 5, 6 的三个小球，两袋中的所有小球除编号外都相同. 从两个袋子中分别随机摸出一个小球，若  $B$  袋摸出小球的编号与  $A$  袋摸出小球的编号之差为偶数，则小华胜，否则小军胜. 这个游戏对双方公平吗？请说明理由.

18.（本小题满分 6 分）

某中学开展了“手机伴我健康行”主题活动. 他们随机抽取部分学生进行“使用手机的目的”和“每周使用手机的时间”的问卷调查，并绘制成如图①，②的统计图. 已知“查资料”的人数是 40 人.



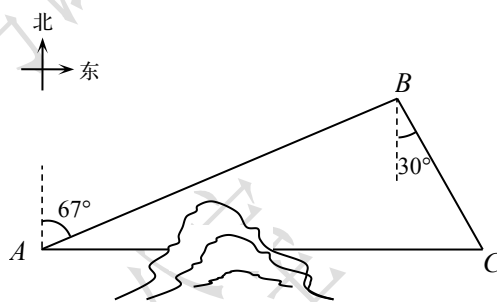
请你根据以上信息解答下列问题：

- (1) 在扇形统计图中，“玩游戏”对应的圆心角度数是\_\_\_\_\_度；
- (2) 补全条形统计图；
- (3) 该校共有学生 1200 人，估计每周使用手机时间在 2 小时以上（不含 2 小时）的人数.

19. (本小题满分 6 分)

如图,  $C$  地在  $A$  地的正东方向, 因有大山阻隔, 由  $A$  地到  $C$  地需绕行  $B$  地. 已知  $B$  地位于  $A$  地北偏东  $67^\circ$  方向, 距离  $A$  地  $520$  km,  $C$  地位于  $B$  地南偏东  $30^\circ$  方向. 若打通穿山隧道, 建成两地直达高铁, 求  $A$  地到  $C$  地之间高铁线路的长. (结果保留整数)

(参考数据:  $\sin 67^\circ \approx \frac{12}{13}$ ,  $\cos 67^\circ \approx \frac{5}{13}$ ,  $\tan 67^\circ \approx \frac{12}{5}$ ,  $\sqrt{3} \approx 1.73$ )



(第 19 题)

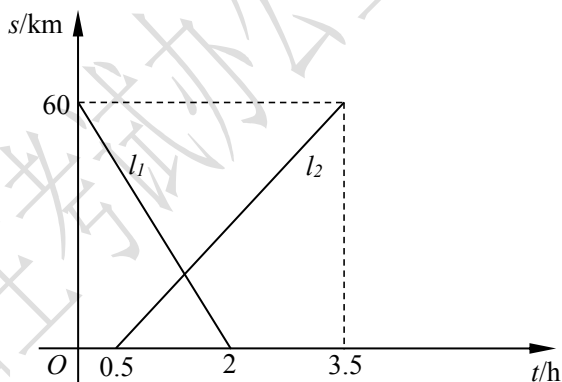
20. (本小题满分 8 分)

$A, B$  两地相距  $60$  km, 甲、乙两人从两地出发相向而行, 甲先出发. 图中  $l_1, l_2$  表示两人离  $A$  地的距离  $s$  (km) 与时间  $t$  (h) 的关系. 请结合图象解答下列问题:

(1) 表示乙离  $A$  地的距离与时间关系的图象是\_\_\_\_\_ (填  $l_1$  或  $l_2$ );

甲的速度是\_\_\_\_\_ km/h; 乙的速度是\_\_\_\_\_ km/h;

(2) 甲出发多少小时两人恰好相距  $5$  km?



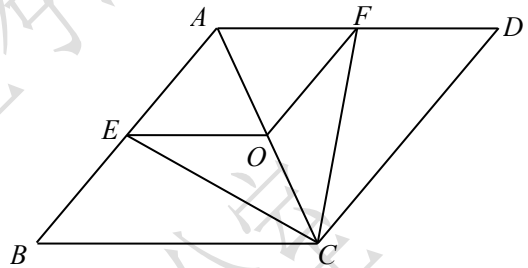
(第 20 题)

21. (本小题满分 8 分)

已知: 如图, 在菱形  $ABCD$  中, 点  $E, O, F$  分别为  $AB, AC, AD$  的中点, 连接  $CE, CF, OE, OF$ .

(1) 求证:  $\triangle BCE \cong \triangle DCF$ ;

(2) 当  $AB$  与  $BC$  满足什么关系时, 四边形  $AEOF$  是正方形? 请说明理由.



(第 21 题)

22. (本小题满分 10 分)

青岛市某大酒店豪华间实行淡季、旺季两种价格标准, 旺季每间价格比淡季上涨  $\frac{1}{3}$ . 下表是去年该酒店豪华间某两天的相关记录:

	淡季	旺季
未入住房间数	10	0
日总收入 (元)	24 000	40 000

(1) 该酒店豪华间有多少间? 旺季每间价格为多少元?

(2) 今年旺季来临, 豪华间的间数不变. 经市场调查发现, 如果豪华间仍旧实行去年旺季价格, 那么每天都客满; 如果价格继续上涨, 那么每增加 25 元, 每天未入住房间数增加 1 间. 不考虑其他因素, 该酒店将豪华间的价格上涨多少元时, 豪华间的日总收入最高? 最高日总收入是多少元?

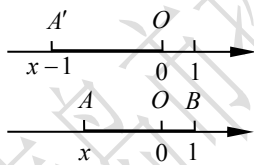
23. (本小题满分 10 分)

数和形是数学的两个主要研究对象, 我们经常运用数形结合、数形转化的方法解决一些数学问题. 下面我们来探究“由数思形, 以形助数”的方法在解决代数问题中的应用.

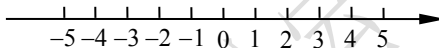
**探究一: 求不等式  $|x-1| < 2$  的解集**

(1) 探究  $|x-1|$  的几何意义

如图①, 在以  $O$  为原点的数轴上, 设点  $A'$  对应的数是  $x-1$ , 由绝对值的定义可知, 点  $A'$  与点  $O$  的距离为  $|x-1|$ , 可记为  $A'O = |x-1|$ . 将线段  $A'O$  向右平移 1 个单位得到线段  $AB$ , 此时点  $A$  对应的数是  $x$ , 点  $B$  对应的数是 1. 因为  $AB = A'O$ , 所以  $AB = |x-1|$ . 因此,  $|x-1|$  的几何意义可以理解为数轴上  $x$  所对应的点  $A$  与 1 所对应的点  $B$  之间的距离  $AB$ .



图①



图②

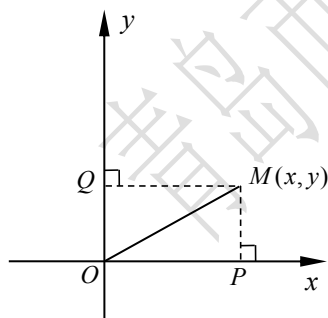
(2) 求方程  $|x-1|=2$  的解

因为数轴上 3 和  $-1$  所对应的点与 1 所对应的点之间的距离都为 2, 所以方程的解为 3,  $-1$ .

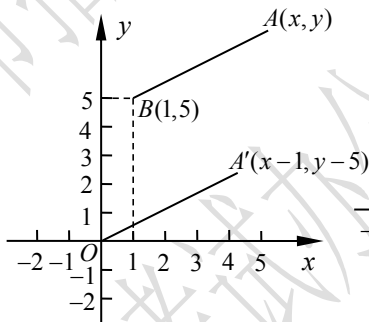
(3) 求不等式  $|x-1| < 2$  的解集

因为  $|x-1|$  表示数轴上  $x$  所对应的点与 1 所对应的点之间的距离, 所以求不等式解集就转化为求这个距离小于 2 的点对应的数  $x$  的范围.

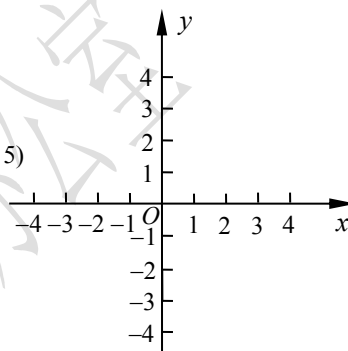
请在图②的数轴上表示  $|x-1| < 2$  的解集, 并写出这个解集.



图③



图④



图⑤

**探究二: 探究  $\sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2}$  的几何意义**

(1) 探究  $\sqrt{x^2 + y^2}$  的几何意义

如图③, 在直角坐标系中, 设点  $M$  的坐标为  $(x, y)$ , 过  $M$  作  $MP \perp x$  轴于  $P$ , 作  $MQ \perp y$  轴于  $Q$ , 则  $P$  点坐标为  $(x, 0)$ ,  $Q$  点坐标为  $(0, y)$ ,  $OP = |x|$ ,  $OQ = |y|$ , 在  $Rt\triangle OPM$  中,  $PM = OQ = |y|$ , 则  $MO = \sqrt{OP^2 + PM^2} = \sqrt{|x|^2 + |y|^2} = \sqrt{x^2 + y^2}$ . 因此,  $\sqrt{x^2 + y^2}$  的几何意义

可以理解为点  $M(x, y)$  与点  $O(0, 0)$  之间的距离  $MO$ .

(2) 探究  $\sqrt{(x-1)^2 + (y-5)^2}$  的几何意义

如图④, 在直角坐标系中, 设点  $A'$  的坐标为  $(x-1, y-5)$ , 由探究二(1)可知,  $A'O = \sqrt{(x-1)^2 + (y-5)^2}$ . 将线段  $A'O$  先向右平移 1 个单位, 再向上平移 5 个单位, 得到线段  $AB$ , 此时点  $A$  的坐标为  $(x, y)$ , 点  $B$  的坐标为  $(1, 5)$ . 因为  $AB = A'O$ , 所以  $AB = \sqrt{(x-1)^2 + (y-5)^2}$ . 因此,  $\sqrt{(x-1)^2 + (y-5)^2}$  的几何意义可以理解为点  $A(x, y)$  与点  $B(1, 5)$  之间的距离  $AB$ .

(3) 探究  $\sqrt{(x+3)^2 + (y-4)^2}$  的几何意义

请仿照探究二(2)的方法, 在图⑤中画出图形, 并写出探究过程.

(4)  $\sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2}$  的几何意义可以理解为: \_\_\_\_\_.

**拓展应用:**

(1)  $\sqrt{(x-2)^2 + (y+1)^2} + \sqrt{(x+1)^2 + (y+5)^2}$  的几何意义可以理解为: 点  $A(x, y)$  与点  $E(2, -1)$  的距离和点  $A(x, y)$  与点  $F$  \_\_\_\_\_ (填写坐标) 的距离之和.

(2)  $\sqrt{(x-2)^2 + (y+1)^2} + \sqrt{(x+1)^2 + (y+5)^2}$  的最小值为 \_\_\_\_\_. (直接写出结果)

24. (本小题满分 12 分)

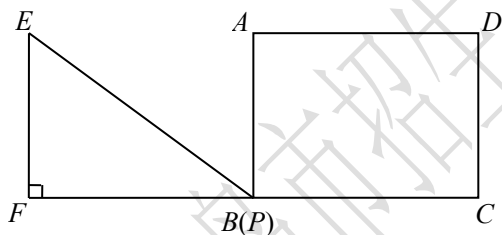
已知:  $\text{Rt}\triangle EFP$  和矩形  $ABCD$  如图①摆放 (点  $P$  与点  $B$  重合), 点  $F, B(P), C$  在同一直线上,  $AB = EF = 6 \text{ cm}$ ,  $BC = FP = 8 \text{ cm}$ ,  $\angle EFP = 90^\circ$ . 如图②,  $\triangle EFP$  从图①的位置出发, 沿  $BC$  方向匀速运动, 速度为  $1 \text{ cm/s}$ ,  $EP$  与  $AB$  交于点  $G$ ; 同时, 点  $Q$  从点  $C$  出发, 沿  $CD$  方向匀速运动, 速度为  $1 \text{ cm/s}$ . 过点  $Q$  作  $QM \perp BD$ , 垂足为  $H$ , 交  $AD$  于点  $M$ , 连接  $AF, PQ$ . 当点  $Q$  停止运动时,  $\triangle EFP$  也停止运动. 设运动时间为  $t \text{ (s)}$  ( $0 < t < 6$ ), 解答下列问题:

(1) 当  $t$  为何值时,  $PQ \parallel BD$ ?

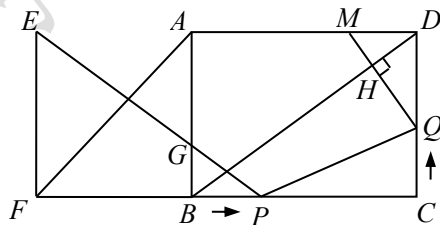
(2) 设五边形  $AFPQM$  的面积为  $y \text{ (cm}^2\text{)}$ , 求  $y$  与  $t$  之间的函数关系式;

(3) 在运动过程中, 是否存在某一时刻  $t$ , 使  $S_{\text{五边形}AFPQM} : S_{\text{矩形}ABCD} = 9 : 8$ ? 若存在, 求出  $t$  的值; 若不存在, 请说明理由;

(4) 在运动过程中, 是否存在某一时刻  $t$ , 使点  $M$  在线段  $PG$  的垂直平分线上? 若存在, 求出  $t$  的值; 若不存在, 请说明理由.



图①



图②