## 高三数学寒假作业—数列答案

一、选择题：

 1．在等差数列{*an*}中，*a*1＝2，*a*3＋*a*5＝10，则*a*7＝(　　)

A．5 　B．8C．10 D．14

解析　解法一：设等差数列的公差为*d*，则*a*3＋*a*5＝2*a*1＋6*d*＝4＋6*d*＝10，所以*d*＝1，*a*7＝*a*1＋6*d*＝2＋6＝8.

解法二：由等差数列的性质可得*a*1＋*a*7＝*a*3＋*a*5＝10，又*a*1＝2，所以*a*7＝8.

答案　B

2．设等比数列{*an*}的前*n*项和为*Sn*，若*S*2＝3，*S*4＝15，则*S*6＝(　　)

A．31 B．32 C．63 D．64

解析　在等比数列{*an*}中，*S*2，*S*4－*S*2，*S*6－*S*4也成等比数列，故(*S*4－*S*2)2＝*S*2(*S*6－*S*4)，则(15－3)2＝3(*S*6－15)，解得*S*6＝63.

答案　C

3．设*Sn*为等差数列{*an*}的前*n*项和，若*a*1＝1，*a*3＝5，*Sk*＋2－*Sk*＝36，则*k*的值为(　　)

A．8 B．7 C．6 D．5

解析　设等差数列的公差为*d*，由等差数列的性质可得2*d*＝*a*3－*a*1＝4，得*d*＝2，所以*an*＝1＋2(*n*－1)＝2*n*－1.*Sk*＋2－*Sk*＝*ak*＋2＋*ak*＋1＝2(*k*＋2)－1＋2(*k*＋1)－1＝4*k*＋4＝36，解得*k*＝8.

4．已知等比数列{*an*}的前*n*项和为*Sn*，若*S*2*n*＝4(*a*1＋*a*3＋*a*5＋…＋*a*2*n*－1)，*a*1*a*2*a*3＝27，则*a*6＝(　　)

A．27 B．81 C．243 D．729

解析　设数列{*an*}的公比为*q*，∵*S*2*n*＝4×＝，∴*q*＝3，又*a*1*a*2*a*3＝27，∴*a*＝27，∴*a*2＝3，∴*a*6＝*a*2*q*4＝35＝243，故选C.

答案　C

5．已知数列{*an*}满足*a*1＝1，*a*2＝3，*an*＋1·*an*－1＝*an*(*n*≥2)，则*a*2 013的值等于(　　)

A．3 B．1 C. D．32 013

解析　由已知得*an*＋1＝，*an*＋3＝＝×＝，故*an*＋6＝＝*an*，

于是，该数列是周期为6的数列，*a*2 013＝*a*3＝＝3.

答案　A

6．已知数列{*an*}中*a*1＝1，*a*2＝2，当整数*n*>1时，*Sn*＋1＋*Sn*－1＝2(*Sn*＋*S*1)都成立，则*S*15等于(　　)

A．201 B．210 C．211 D．212

解析　由*Sn*＋1＋*Sn*－1＝2(*Sn*＋*S*1)，得(*Sn*＋1－*Sn*)－(*Sn*－*Sn*－1)＝2*S*1＝2，即*an*＋1－*an*＝2(*n*≥2)，数列{*an*}从第二项起构成等差数列，*S*15＝1＋2＋4＋6＋8＋…＋28＝211.

答案　C

7．在等比数列{*an*}中，*a*1＋*an*＝34，*a*2*an*－1＝64，且前*n*项和*Sn*＝62，则项数*n*等于(　　)

A．4 B．5 C．6 D．7

解析　在等比数列中，*a*2*an*－1＝*a*1*an*＝64，又*a*1＋*an*＝34，解得*a*1＝2，*an*＝32或*a*1＝32，*an*＝2.当*a*1＝2，*an*＝32时，*Sn*＝＝＝＝62，解得*q*＝2，又*an*＝*a*1*qn*－1，所以2×2*n*－1＝2*n*＝32，解得*n*＝5.同理当*a*1＝32，*an*＝2时，由*Sn*＝62解得*q*＝，由*an*＝*a*1*qn*－1＝32×*n*－1＝2，得*n*－1＝＝4，即*n*－1＝4，*n*＝5，综上项数*n*等于5，选B.

答案　B

8．设等差数列{*an*}的前*n*项和为*Sn*，且*a*1>0，*a*3＋*a*10>0，*a*6*a*7<0，则满足*Sn*>0的最大自然数*n*的值为(　　)

A．6 B．7 C．12 D．13

解析　∵*a*1>0，*a*6*a*7<0，∴*a*6>0，*a*7<0，等差数列的公差小于零，又*a*3＋*a*10＝*a*1＋*a*12>0，*a*1＋*a*13＝2*a*7<0，∴*S*12>0，*S*13<0，∴满足*Sn*>0的最大自然数*n*的值为12.

答案　C

9．设等差数列{*an*}的前*n*项和是*Sn*，若－*am*<*a*1<－*am*＋1(*m*∈**N**\*，且*m*≥2)，则必定有(　　)

A．*Sm*>0，且*Sm*＋1<0 B．*Sm*<0，且*Sm*＋1>0 C．*Sm*>0，且*Sm*＋1>0 D．*Sm*<0，且*Sm*＋1<0

解析　由题意，得：－*am*<*a*1<－*am*＋1⇔

显然，易得*Sm*＝·*m*>0，

*Sm*＋1＝·(*m*＋1)<0.

答案　A

10．已知数列{*an*}满足*an*＋1＝*an*－*an*－1(*n*≥2)，*a*1＝1，*a*2＝3，记*Sn*＝*a*1＋*a*2＋…＋*an*，则下列结论正确的是(　　)

A．*a*2 014＝－1，*S*2 014＝2 B．*a*2 014＝－3，*S*2 014＝5

C．*a*2 014＝－3，*S*2 014＝2 D．*a*2 014＝－1，*S*2 014＝5

解析　由已知数列{*an*}满足*an*＋1＝*an*－*an*－1(*n*≥2)，知*an*＋2＝*an*＋1－*an*，*an*＋2＝－*an*－1(*n*≥2)，*an*＋3＝－*an*，*an*＋6＝*an*，又*a*1＝1，*a*2＝3，*a*3＝2，*a*4＝－1，*a*5＝－3，*a*6＝－2，所以当*k*∈**N**时，*ak*＋1＋*ak*＋2＋*ak*＋3＋*ak*＋4＋*ak*＋5＋*ak*＋6＝*a*1＋*a*2＋*a*3＋*a*4＋*a*5＋*a*6＝0，*a*2 014＝*a*4＝－1，*S*2 014＝*a*1＋*a*2＋*a*3＋*a*4＝1＋3＋2＋(－1)＝5.

答案　D

10（理）已知定义在R上的函数f(x)和g(x)满足

g(x)≠0,f'(x)·g(x)<f(x)·g'(x),f(x)=ax·g(x),+=.令an=,则使数列{an}的前n项和Sn超过的最小自然数n的值为



二、填空题：

13．(2014·江西卷)在等差数列{*an*}中，*a*1＝7，公差为*d*，前*n*项和为*Sn*，当且仅当*n*＝8时*Sn*取最大值，则*d*的取值范围\_\_\_\_\_\_\_\_．

解析　当且仅当*n*＝8时，*Sn*取得最大值，说明

∴∴－1<*d*<－.

答案

12．已知函数*f*(*x*)＝*x*＋sin *x*，项数为19的等差数列{*an*}满足*an*∈，且公差*d*≠0.若*f*(*a*1)＋*f*(*a*2)＋…＋*f*(*a*18)＋*f*(*a*19)＝0，则当*k*＝\_\_\_\_\_\_\_\_时，*f*(*ak*)＝0.

解析　因为函数*f*(*x*)＝*x*＋sin *x*是奇函数，所以图象关于原点对称，图象过原点．而等差数列{*an*}有19项，*an*∈，若*f*(*a*1)＋*f*(*a*2)＋…＋*f*(*a*18)＋*f*(*a*19)＝0，则必有*f*(*a*10)＝0，所以*k*＝10.

答案　10

11．(2013·湖南)设*Sn*为数列{*an*}的前*n*项和，*Sn*＝(－1)*nan*－，*n*∈**N**\*，则：

(1)*a*3＝\_\_\_\_\_\_\_\_；

(2)*S*1＋*S*2＋…＋*S*100＝\_\_\_\_\_\_\_\_.

解析　∵*an*＝*Sn*－*Sn*－1

＝(－1)*nan*－－(－1)*n*－1*an*－1＋(*n*≥2)，

∴*an*＝(－1)*nan*－(－1)*n*－1*an*－1＋(*n*≥2)．

当*n*为偶数时，*an*－1＝－(*n*≥2)，

当*n*为奇数时，2*an*＋*an*－1＝(*n*≥2)，

∴当*n*＝4时，*a*3＝－＝－.

根据以上{*an*}的关系式及递推式可求．

*a*1＝－，*a*3＝－，*a*5＝－，*a*7＝－，…，

*a*2＝，*a*4＝，*a*6＝，*a*8＝，….

∴*a*2－*a*1＝，*a*4－*a*3＝，*a*6－*a*5＝，…，

∴*S*1＋*S*2＋…＋*S*100＝(*a*2－*a*1)＋(*a*4－*a*3)＋…＋(*a*100－*a*99)－

＝－

＝.

答案　(1)－　(2)

14．已知对于任意的自然数*n*，抛物线*y*＝(*n*2＋*n*)*x*2－(2*n*＋1)*x*＋1与*x*轴相交于*An*，*Bn*两点，则|*A*1*B*1|＋|*A*2*B*2|＋…＋|*A*2 014*B*2 014|＝\_\_\_\_\_\_\_\_.

解析　令(*n*2＋*n*)*x*2－(2*n*＋1)*x*＋1＝0，则*x*1＋*x*2＝，*x*1*x*2＝，由题意得|*AnBn*|＝|*x*2－*x*1|，所以|*AnBn*|＝＝ ＝＝－，因此|*A*1*B*1|＋|*A*2*B*2|＋…＋|*A*2 014*B*2 014|＝＋＋…＋＝1－＝.

答案

15．(文) 设*Sn*为数列{*an*}的前*n*项和，若(*n*∈**N**\*)是非零常数，则称该数列为“和等比数列”；若数列{*cn*}是首项为2，公差为*d*(*d*≠0)的等差数列，且数列{*cn*}是“和等比数列”，则*d*＝\_\_\_\_\_\_\_\_.

解析　由题意可知，数列{*cn*}的前*n*项和为*Sn*＝，前2*n*项和为*S*2*n*＝，所以＝＝2＋＝2＋.因为数列{*cn*}是“和等比数列”，即为非零常数，所以*d*＝4.

答案　4

15．(理)在正项等比数列{*an*}中，*a*5＝，*a*6＋*a*7＝3，则满足*a*1＋*a*2＋…＋*an*>*a*1*a*2…*an*的最大正整数*n*的值为\_\_\_\_\_\_\_\_．

解析　设正项等比数列{*an*}的首项为*a*1，公比为*q*(*q*>0)，则由*a*5＝得*a*6＋*a*7＝*a*5*q*＋*a*5*q*2＝(*q*＋*q*2)＝3，即*q*＋*q*2＝6，解得*q*＝2，代入*a*5＝*a*1*q*4＝*a*124＝⇒*a*1＝，式子*a*1＋*a*2＋…＋*an*>*a*1*a*2…*an*变为>

**

答案　12

三、解答题：．

16．(2014·北京卷)已知{*an*}是等差数列，满足*a*1＝3，*a*4＝12，数列{*bn*}满足*b*1＝4，*b*4＝20且{*bn*－*an*}是等比数列．

(1)求数列{*an*}和{*bn*}的通项公式；

(2)求数列{*bn*}的前*n*项和．

解　(1)设等差数列{*an*}的公差为*d*，由题意得

*d*＝＝＝3.

所以*an*＝*a*1＋(*n*－1)*d*＝3*n*(*n*＝1,2，…)．

设等比数列{*bn*－*an*}的公比为*q*，

由题意得*q*3＝＝＝8，解得*q*＝2.

所以*bn*－*an*＝(*b*1－*a*1)*qn*－1＝2*n*－1，

从而*bn*＝3*n*＋2*n*－1(*n*＝1,2，…)．

(2)由(1)知*bn*＝3*n*＋2*n*－1(*n*＝1,2，…)．

数列{3*n*}的前*n*项和为*n*(*n*＋1)，数列{2*n*－1}的前*n*项和为1×＝2*n*－1.

所以，数列{*bn*}的前*n*项和为*n*(*n*＋1)＋2*n*－1.

17．(2014·安徽卷)数列{*an*}满足*a*1＝1，*nan*＋1＝(*n*＋1)*an*＋*n*(*n*＋1)，*n*∈**N**\*.

(1)证明：数列是等差数列；

(2)设*bn*＝3*n*·，求数列{*bn*}的前*n*项和*Sn*.

解　(1)证明：由已知可得＝＋1，即－＝1，

所以是以＝1为首项，1为公差的等差数列．

(2)由(1)得＝1＋(*n*－1)·1＝*n*，

所以*an*＝*n*2，从而*bn*＝*n*·3*n*

*Sn*＝1×31＋2×32＋3×33＋…＋*n*·3*n*①

3*Sn*＝1×32＋2×33＋3×34＋…＋(*n*－1)·3*n*＋*n*·3*n*＋1②

①－②得：－2*Sn*＝31＋32＋33＋…＋3*n*－*n*·3*n*＋1

＝－*n*·3*n*＋1＝

所以*Sn*＝

18．已知单调递增的等比数列{*an*}满足：*a*2＋*a*3＋*a*4＝28，且*a*3＋2是*a*2和*a*4的等差中项．

(1)求数列{*an*}的通项公式*an*；

(2)令*bn*＝*an*log*an*，*Sn*＝*b*1＋*b*2＋…＋*bn*，求使*Sn*＋*n*·2*n*＋1>50成立的最小的正整数*n*.

解　(1)设{*an*}的公比为*q*，由已知，

得∴

即

解得或(舍去)

∴*an*＝*a*1*qn*－1＝2*n*.

(2)*bn*＝2*n*log2*n*＝－*n*·2*n*，

设*Tn*＝1×2＋2×22＋3×23＋…＋*n*×2*n*，①

则2*Tn*＝1×22＋2×23＋…＋(*n*－1)×2*n*＋*n*×2*n*＋1，②

①－②得－*Tn*＝(2＋22＋…＋2*n*)－*n*×2*n*＋1

＝－(*n*－1)·2*n*＋1－2，

∴*Sn*＝－*Tn*＝－(*n*－1)×2*n*＋1－2.

由*Sn*＋*n*·2*n*＋1>50，

得－(*n*－1)·2*n*＋1－2＋*n*·2*n*＋1>50，则2*n*>26，

故满足不等式的最小的正整数*n*＝5.

19．(2014·山东)已知等差数列{*an*}的公差为2，前*n*项和为*Sn*，且*S*1，*S*2，*S*4成等比数列．

(1)求数列{*an*}的通项公式；

(2)令*bn*＝(－1)*n*－1，求数列{*bn*}的前*n*项和*Tn*.

解　(1)因为*S*1＝*a*1，*S*2＝2*a*1＋×2＝2*a*1＋2，

*S*4＝4*a*1＋×2＝4*a*1＋12，

由题意，得(2*a*1＋2)2＝*a*1(4*a*1＋12)，解得*a*1＝1，

所以*an*＝2*n*－1.

(2)*bn*＝(－1)*n*－1＝(－1)*n*－1

＝(－1)*n*－1(＋)．

当*n*为偶数时，

*Tn*＝(1＋)－(＋)＋…＋(＋)－(＋)＝1－＝.

当*n*为奇数时，

*Tn*＝(1＋)－(＋)＋…－(＋)＋(＋)＝1＋＝.

所以*Tn*＝

(或*Tn*＝)

20．已知数列{*an*}满足*a*1＝1，*a*1＋*a*2＋…＋*an*－1－*an*＝－1(*n*≥2且*n*∈**N**\*)．

(1)求数列{*an*}的通项公式*an*；

(2)令*dn*＝1＋log*a*(*a*>0，*a*≠1)，记数列{*dn*}的前*n*项和为*Sn*，若恒为一个与*n*无关的常数*λ*，试求常数*a*和*λ*.

解　(1)由题知*a*1＋*a*2＋…＋*an*－1－*an*＝－1(*n*∈**N**\*)，①

所以*a*1＋*a*2＋…＋*an*－*an*＋1＝－1，②

由①－②得：*an*＋1－2*an*＝0，即＝2(*n*≥2)．

当*n*＝2时，*a*1－*a*2＝－1，

因为*a*1＝1，所以*a*2＝2，＝2，

所以，数列{*an*}是首项为1，公比为2的等比数列．

故*an*＝2*n*－1(*n*∈**N**\*)．

(2)因为*an*＝2*n*－1，

所以*dn*＝1＋log*a*＝1＋2*n*log*a*2.

因为*dn*＋1－*dn*＝2log*a*2，

所以{*dn*}是以*d*1＝1＋2log*a*2为首项，以2log*a*2为公差的等差数列，

所以＝

＝＝*λ*

⇒(*λ*－4)*n*log*a*2＋(*λ*－2)(1＋log*a*2)＝0，

因为恒为一个与*n*无关的常数*λ*，

所以

解得*λ*＝4，*a*＝.

21．（文）数列{*an*}的前*n*项和为*Sn*，*a*1＝1，且对任意正整数*n*，点(*an*＋1，*Sn*)在直线2*x*＋*y*－2＝0上．

(1)求数列{*an*}的通项公式；

(2)是否存在实数*λ*，使得数列为等差数列？若存在，求出*λ*的值；若不存在，请说明理由．

解(1)由题意，可得2*an*＋1＋*Sn*－2＝0.①

当*n*≥2时，2*an*＋*Sn*－1－2＝0.②

①－②，得2*an*＋1－2*an*＋*an*＝0，所以＝(*n*≥2)．

因为*a*1＝1,2*a*2＋*a*1＝2，所以*a*2＝.

所以{*an*}是首项为1，公比为的等比数列．

所以数列{*an*}的通项公式为*an*＝*n*－1.

(2)由(1)知，*Sn*＝＝2－.

若为等差数列，则*S*1＋*λ*＋，*S*2＋2*λ*＋，*S*3＋3*λ*＋成等差数列，则2＝*S*1＋＋*S*3＋，即2＝1＋＋＋，解得*λ*＝2.

又*λ*＝2时，*Sn*＋2*n*＋＝2*n*＋2，

显然{2*n*＋2}成等差数列，故存在实数*λ*＝2，

使得数列{*Sn*＋*λn*＋}成等差数列．

21．(理)（2014·江苏卷)设数列{*an*}的前*n*项和为*Sn*.若对任意的正整数*n*，总存在正整数*m*，使得*Sn*＝*am*，则称{*an*}是“*H*数列”．

(1)若数列{*an*}的前*n*项和*Sn*＝2*n*(*n*∈**N**\*)，证明：{*an*}是“*H*数列”；

(2)设{*an*}是等差数列，其首项*a*1＝1，公差*d*<0.若{*an*}是“*H*数列”，求*d*的值；

(3)证明：对任意的等差数列{*an*}，总存在两个“*H*数列”{*bn*}和{*cn*}，使得*an*＝*bn*＋*cn*(*n*∈**N**\*)成立．

解　(1)证明：由已知，当*n*≥1时，*an*＋1＝*Sn*＋1－*Sn*＝2*n*＋1－2*n*＝2*n*.于是对任意的正整数*n*，总存在正整数*m*＝*n*＋1，使得*Sn*＝2*n*＝*am*.所以{*an*}是“*H*数列”．

(2)由已知，得*S*2＝2*a*1＋*d*＝2＋*d*.

因为{*an*}是“*H*数列”，

所以存在正整数*m*，使得*S*2＝*am*，

即2＋*d*＝1＋(*m*－1)*d*，于是(*m*－2)*d*＝1.

因为*d*<0，所以*m*－2<0，故*m*＝1.从而*d*＝－1.

当*d*＝－1时，*an*＝2－*n*，*Sn*＝是小于2的整数，*n*∈**N**\*.于是对任意的正整数*n*，总存在正整数*m*＝2－*Sn*＝2－，使得*Sn*＝2－*m*＝*am*，

所以{*an*}是“*H*数列”．因此*d*的值为－1.

(3)证明：设等差数列{*an*}的公差为*d*，

则*an*＝*a*1＋(*n*－1)*d*＝*na*1＋(*n*－1)(*d*－*a*1)(*n*∈**N**\*)．

令*bn*＝*na*1，*cn*＝(*n*－1)(*d*－*a*1)，

则*an*＝*bn*＋*cn*(*n*∈**N**\*)．

下证{*bn*}是“*H*数列”．

设{*bn*}的前*n*项和为*Tn*，则*Tn*＝*a*1(*n*∈**N**\*)．

于是对任意的正整数*n*，总存在正整数*m*＝，

使得*Tn*＝*bm*，所以{*bn*}是“*H*数列”．

同理可证{*cn*}也是“*H*数列”．

## 所以，对任意的等差数列{*an*}，总存在两个“*H*数列”{ *bn*}和{*cn*}，使得*an*＝*bn*＋*cn*(*n*∈N\*)成立．