德州市二〇一六年初中学业水平考试

数 学 试 题

本试题分选择题 36 分;非选择题 84 分;全卷满分 120 分,考试时间为 120 分钟.考试结束后,将本试卷和答题卡一并收回.

注意事项:

1. 答卷前,考生务必用 0.5 毫米黑色签字笔将自己的县(市、区)、学校、姓名、准考证号填写在答题卡和试卷规定的位置上.

2. 第 I 卷每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑;如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号.

3. 第 II 卷必须用 0.5 毫米黑色签字笔作答,答案必须写在答题卡各题目指定区域内的位置,不能写在试卷上;如需改动,先划掉原来的答案,然后再写上新的答案;不能使用涂改液、胶带纸、修正带.不按以上要求作答的答案无效.

4. 填空题请直接填写答案,解答题应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

座号________　考号________　姓名________

第Ⅰ卷(选择题　共 36 分)

一、选择题:本大题共 12 小题,在每小题给出的四个选项中,只有一项是正确的,请把正确的选项选出来.每小题选对得 3 分,选错、不选或选出的答案超过一个均记零分.

1. 2 的相反数是

A. $-\frac{1}{2}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. -2　　D. 2

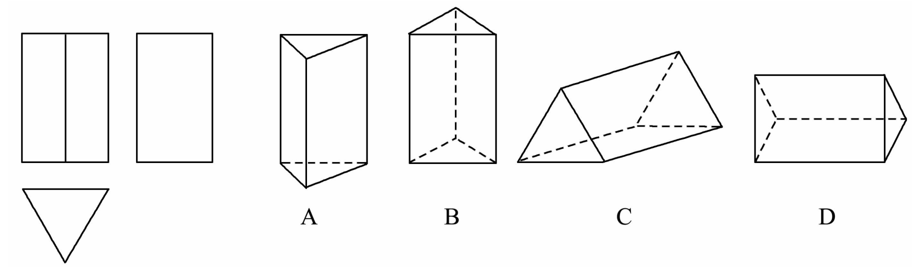
2. 下列运算错误的是

A. $a+2a=3a$　　B. $(a^2)^3=a^6$　　C. $a^2\cdot a^3=a^5$　　D. $a^6\div a^3=a^2$

3. 2016 年第一季度,我市“蓝天白云、繁星闪烁”天数持续增加,获得山东省环境空气质量生态补偿资金 408 万元.408 万用科学记数法表示正确的是

A. 408×10^4　　B. 4.08×10^4　　C. 4.08×10^5　　D. 4.08×10^6

4. 图中三视图对应的正三棱柱是



第4题图

5. 下列说法正确的是

A. 为了审核书稿中的错别字,选择抽样调查.

B. 为了了解春节联欢晚会的收视率,选择全面调查.

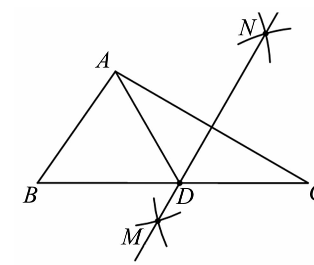
C.“射击运动员射击一次,命中靶心”是随机事件.

D.“经过有交通信号灯的路口,遇到红灯”是必然事件.

6. 如图,$\triangle ABC$ 中,$\angle B=55^\circ$,$\angle C=30^\circ$,分别以点 A 和点 C 为圆心,大于 $\frac{1}{2}AC$ 的长为半径画弧,两弧相交于点 M,N,作直线 MN,交 BC 于点 D,连接 AD.则$\angle BAD$ 的度数为

A. 65°　　B. 60°

C. 55°　　D. 45°



第 6 题图

7. 化简 $\frac{a^2-b^2}{ab}-\frac{ab-b^2}{ab-a^2}$ 等于

A. $\frac{b}{a}$　　B. $\frac{a}{b}$　　C. $-\frac{b}{a}$　　D. $-\frac{a}{b}$

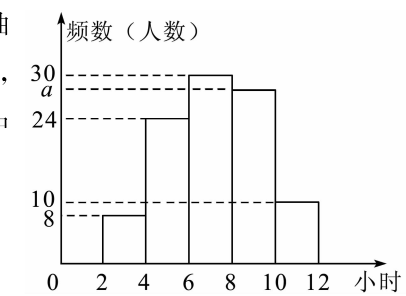
8. 某校为了解全校同学五一假期参加社团活动的情况,抽查了 100 名同学,统计他们假期参加社团活动的时间,绘成频数分布直方图(如图).则参加社团活动时间的中位数所在的范围是

A. 4～6 小时

B. 6～8 小时

C. 8～10 小时

D. 不能确定



第 8 题图

9. 对于平面图形上的任意两点 P,Q,如果经过某种变换得到新图形上的对应点 P',Q',保持 $PQ=P'Q'$,我们把这种变换称为“等距变换”.下列变换中不一定是等距变换的是

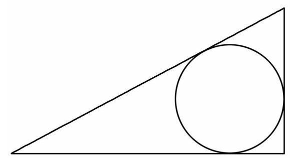
A. 平移　　B. 旋转　　C. 轴对称　　D. 位似

10. 下列函数中，满足 y 的值随 x 的值增大而增大的是

A. $y=-2x$　　　　B. $y=3x-1$

C. $y=\frac{1}{x}$　　　　D. $y=x^2$

11.《九章算术》是我国古代内容极为丰富的数学名著. 书中有下列问题“今有勾八步，股十五步. 问勾中容圆径几何?”其意思是：“今有直角三角形，勾(短直角边)长为 8 步，股(长直角边)长为 15 步，问该直角三角形能容纳的圆形(内切圆)直径是多少?”


第 11 题图

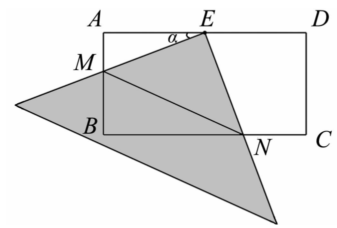
A. 3 步　　　　B. 5 步

C. 6 步　　　　D. 8 步

12. 在矩形 $ABCD$ 中，$AD=2AB=4$，E 是 AD 的中点，一块足够大的三角板的直角顶点与点 E 重合，将三角板绕点 E 旋转，三角板的两直角边分别交 AB，BC(或它们的延长线)于点 M，N. 设 $\angle AEM=\alpha(0^\circ<\alpha<90^\circ)$，给出下列四个结论：

①$AM=CN$；②$\angle AME=\angle BNE$；③$BN-AM=2$；

④$S_{\triangle EMN}=\frac{2}{\cos^2\alpha}$. 上述结论中正确的个数是



第 12 题图

A. 1　　　　B. 2

C. 3　　　　D. 4

第Ⅱ卷(非选择题　共 84 分)

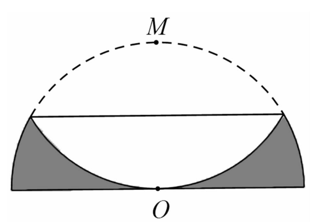
二、填空题：本大题共 5 小题，共 20 分，只要求填写最后结果，每小题填对得 4 分.

13. 化简 $\frac{3}{\sqrt{3}}$ 的结果是________.

14. 正六边形的每一个外角是________度.

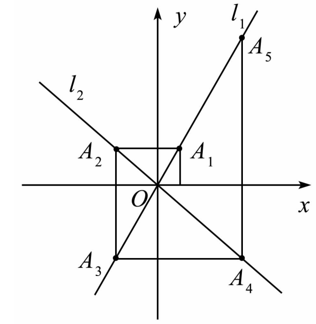
15. 方程 $2x^2-3x-1=0$ 的两根为 x_1，x_2，则 $x_1{}^2+x_2{}^2=$________.

16. 如图，半径为 1 的半圆形纸片，按如图方式折叠，使对折后半圆弧的中点 M 与圆心 O 重合，则图中阴影部分的面积是________.



第 16 题图

17. 如图，在平面直角坐标系中，函数 $y=2x$ 和 $y=-x$ 的图象分别为直线 l_1，l_2. 过点(1,0)作 x 轴的垂线交 l_1 于点 A_1，过点 A_1 作 y 轴的垂线交 l_2 于点 A_2，过点 A_2 作 x 轴的垂线交 l_1 于点 A_3，过点 A_3 作 y 轴的垂线交 l_2 于点 A_4，…，依次进行下去，则点 A_{2017} 的坐标为________.



第 17 题图

三、解答题：本大题共 7 小题，共 64 分. 解答要写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

18.(本题满分 6 分)

解不等式组：$\begin{cases}5x+2\geqslant 3(x-1),\\ 1-\frac{2x+5}{3}>x-2.\end{cases}$

19.(本题满分 8 分)

在甲、乙两名同学中选拔一人参加“中华好诗词”大赛. 在相同的测试条件下，两人 5 次测试成绩(单位：分)如下：

甲：79，86，82，85，83；乙：88，79，90，81，72.

回答下列问题：

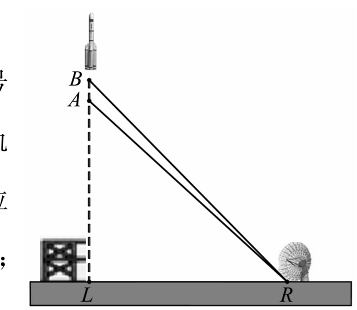
(1)甲成绩的平均数是________，乙成绩的平均数是________；

(2)经计算知 $S_{甲}{}^2=6$，$S_{乙}{}^2=42$. 你认为选派谁参加比赛更合适，说明理由；

(3)如果从甲、乙两人 5 次的成绩中各随机抽取一次成绩进行分析，求抽到的两个人的成绩都大于 80 分的概率.

20.(本题满分 8 分)

2016 年 2 月 1 日，我国在西昌卫星发射中心，用长征三号丙运载火箭成功将第 5 颗新一代北斗导航卫星送入预定轨道. 如图，火箭从地面 L 处发射. 当火箭到达 A 点时，从位于地面 R 处雷达站测得 AR 的距离是 6 km，仰角为 42.4°；1 秒后火箭到达 B 点，此时测得仰角为 45.5°.



第 20 题图

(1)求发射台与雷达站之间的距离 LR；

(2)求这枚火箭从 A 到 B 的平均速度是多少(结果精确到 0.01)?

(参考数据：$\sin 42.4^{\circ}\approx 0.67$，$\cos 42.4^{\circ}\approx 0.74$，$\tan 42.4^{\circ}\approx 0.905$，$\sin 45.5^{\circ}\approx 0.71$，$\cos 45.5^{\circ}\approx 0.70$，$\tan 45.5^{\circ}\approx 1.02$.)

21.(本题满分 10 分)

某中学组织学生到商场参加社会实践活动，他们参与了某种品牌运动鞋的销售工作，已知该运动鞋每双的进价为 120 元. 为寻求合适的销售价格进行了 4 天的试销，试销情况如下表所示：

	第 1 天	第 2 天	第 3 天	第 4 天
售价 x(元/双)	150	200	250	300
销售量 y(双)	40	30	24	20

(1)观察表中数据，x，y 满足什么函数关系？请求出这个函数关系式；

(2)若商场计划每天的销售利润为 3 000 元，则其单价应定为多少元？

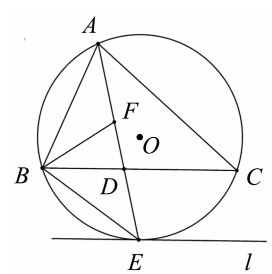
22.(本题满分 10 分)

如图，$\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆，AE 平分 $\angle BAC$ 交 $\odot O$ 于点 E，交 BC 于点 D，过点 E 作直线 $l\parallel BC$.

(1)判断直线 l 与 $\odot O$ 的位置关系，并说明理由；

(2)若 $\angle ABC$ 的平分线 BF 交 AD 于点 F，求证：$BE=EF$；

(3)在(2)的条件下，若 $DE=4$，$DF=3$，求 AF 的长.



第 22 题图

23.(本题满分 10 分)

我们给出如下定义：顺次连接任意一个四边形各边中点所得的四边形叫做中点四边形.

(1)如图 1，四边形 $ABCD$ 中，点 E，F，G，H 分别为边 AB，BC，CD，DA 的中点.

求证：中点四边形 $EFGH$ 是平行四边形；

(2)如图 2，点 P 是四边形 $ABCD$ 内一点，且满足 $PA=PB$，$PC=PD$，$\angle APB=\angle CPD$. 点 E，F，G，H 分别为边 AB，BC，CD，DA 的中点. 猜想中点四边形 $EFGH$ 的形状，并证明你的猜想；

(3)若改变(2)中的条件，使 $\angle APB=\angle CPD=90^{\circ}$，其他条件不变，直接写出中点四边形 $EFGH$ 的形状.(不必证明)

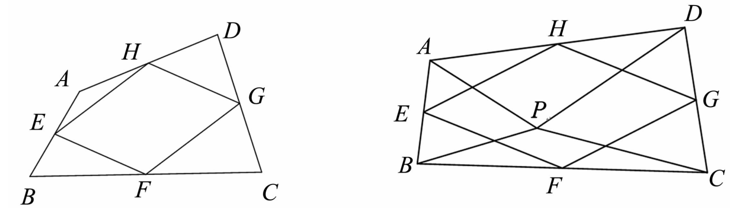


图 1　　图 2

第 23 题图

24.(本题满分 12 分)

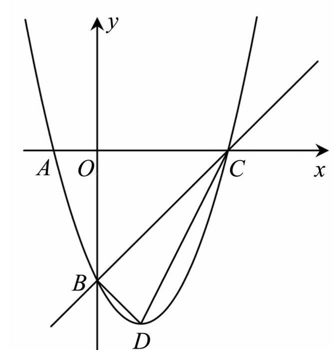
已知：m，n 是一元二次方程 $x^2+4x+3=0$ 的两个实数根，且 $|m|<|n|$.

抛物线 $y=x^2+bx+c$ 的图象经过点 $A(m,0)$，$B(0,n)$，如图所示.

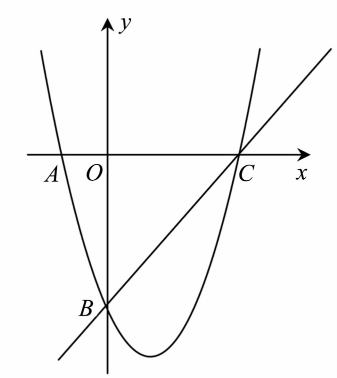
(1)求这个抛物线的解析式；

(2)设(1)中的抛物线与 x 轴的另一个交点为 C，抛物线的顶点为 D，试求出点 C，D 的坐标，并判断 $\triangle BCD$ 的形状；

(3)点 P 是直线 BC 上的一个动点(点 P 不与点 B 和点 C 重合)，过点 P 作 x 轴的垂线，交抛物线于点 M，点 Q 在直线 BC 上，距离点 P 为 $\sqrt{2}$ 个单位长度. 设点 P 的横坐标为 t，$\triangle PMQ$ 的面积为 S，求出 S 与 t 之间的函数关系式.



第 24 题图



第 24 题备用图

德州市二〇一六年初中学业水平考试

数学试题参考解答及评分意见

评卷说明：

1. 选择题和填空题中的每小题，只有满分和零分两个评分档，不给中间分.

2. 解答题每小题的解答中所对应的分数，是指考生正确解答到该步骤所应得的累计分数. 本答案对每小题只给出一种解法，对考生的其他解法，请参照评分意见进行评分.

3. 如果考生在解答的中间过程出现计算错误，但并没有改变试题的实质和难度，其后续部分酌情给分，但最多不超过正确解答分数的一半；若出现严重的逻辑错误，后续部分就不再给分.

一、选择题：(本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	C	D	D	A	C	A	B	B	D	B	C	C

二、填空题：(本大题共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分)

13. $\sqrt{3}$；　14. 60；　15. $\frac{13}{4}$；　16. $\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{\pi}{6}$；　17. $(2^{1008},2^{1009})$.

三、解答题：(本大题共 7 小题，共 64 分)

18.（本题满分 6 分）

解：$\begin{cases} 5x+2\geqslant 3(x-1), & ① \\ 1-\frac{2x+5}{3}>x-2. & ② \end{cases}$

解不等式①，得

$x\geqslant -\frac{5}{2}$. …………………………………… 2 分

解不等式②，得

$x<\frac{4}{5}$. …………………………………… 4 分

所以不等式组的解集为 $-\frac{5}{2}\leqslant x<\frac{4}{5}$. …………………………………… 6 分

19.（本题满分 8 分）

解：(1) 83，82；…………………………………… 2 分

(2) 因为甲的平均成绩大于乙的平均成绩，且甲的方差小于乙的方差，说明甲的成绩更好更稳定，因此选派甲参加比赛比较合适. …………………………………… 4 分

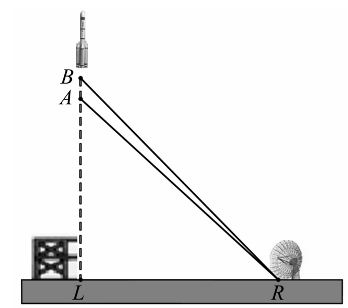
(3) 列表如下：

乙 \ 甲	79	86	82	85	83
88	88，79	88，86	88，82	88，85	88，83
79	79，79	79，86	79，82	79，85	79，83
90	90，79	90，86	90，82	90，85	90，83
81	81，79	81，86	81，82	81，85	81，83
72	72，79	72，86	72，82	72，85	72，83

由列表可知，所有等可能的结果共有 25 种，其中符合条件的结果有 12 种，所以 $P=\frac{12}{25}$.

即抽到两个人的成绩都大于 80 分的概率为 $\frac{12}{25}$. …………………………………… 8 分

20.（本题满分 8 分）



解：(1) 在 Rt$\triangle ALR$ 中，$AR=6$，$\angle ARL=42.4°$，

由 $\cos\angle ARL=\frac{RL}{AR}$，得

$LR=AR\cdot\cos\angle ARL=6\times\cos 42.4°\approx 4.44$.

故发射台与雷达站之间的距离 LR 为 4.44km. …… 3 分

(2) 在 Rt$\triangle BLR$ 中，$LR=4.44$，$\angle BRL=45.5°$，

由 $\tan\angle BRL=\frac{BL}{LR}$，得

$BL=LR\cdot\tan\angle BRL=4.44\times\tan 45.5°\approx 4.44\times 1.02=4.5288$. ………………… 5 分

又 $\sin\angle ARL=\frac{AL}{AR}$，得

$AL=AR\sin\angle ARL=6\times\sin 42.4°\approx 4.02$，…………………………………… 7 分

$\therefore AB=BL-AL=4.5288-4.02=0.5088\approx 0.51$.

所以，这枚火箭从 A 到 B 的平均速度是 0.51km/s. …………………………………… 8 分

21.(本题满分 10 分)

解:(1)由表中数据可得,$xy=6000$,

∴y 是 x 的反比例函数. …………………………………………………… 2 分

所求函数解析式为 $y=\frac{6000}{x}$. …………………………………………… 5 分

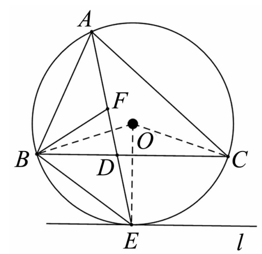
(2)由题意,得$(x-120)y=3000$,将 $y=\frac{6000}{x}$代入,可得

$(x-120)\cdot\frac{6000}{x}=3000$. …………………………………………………… 7 分

解得 $x=240$.经检验,$x=240$ 是原方程的解.

答:若商场计划每天的销售利润为 3000 元,则其单价应定为 240 元. …………… 10 分

22.(本题满分 10 分)



解:(1)直线 l 与⊙O 相切.

理由:连接 OE,OB,OC

∵AE 平分$\angle BAC$,

∴$\angle BAE=\angle CAE$.

∴$\overset{\frown}{BE}=\overset{\frown}{CE}$.

∴$\angle BOE=\angle COE$.

∵$OB=OC$,

∴$OE\perp BC$.

又∵$l/\!/BC$,

∴$OE\perp l$.

∴直线 l 与⊙O 相切. …………………………………………………… 3 分

(2)∵BF 平分$\angle ABC$,

∴$\angle ABF=\angle CBF$.

又∵$\angle CBE=\angle CAE=\angle BAE$,

∴$\angle CBE+\angle CBF=\angle BAE+\angle ABF$.

又∵$\angle EFB=\angle BAE+\angle ABF$,

∴$\angle EBF=\angle EFB$.

∴$BE=EF$. …………………………………………………… 6 分

(3)由(2)知,$BE=EF=DE+DF=7$.

在$\triangle BED$ 和$\triangle AEB$ 中,

$\angle DBE=\angle BAE$,$\angle DEB=\angle BEA$,

∴$\triangle BED\backsim\triangle AEB$.

∴$\frac{DE}{BE}=\frac{BE}{AE}$. …………………………………………………… 8 分

即$\frac{4}{7}=\frac{7}{AE}$,∴$AE=\frac{49}{4}$.

∴$AF=\frac{49}{4}-7=\frac{21}{4}$. …………………………………………………… 10 分

23.(本题满分 10 分)

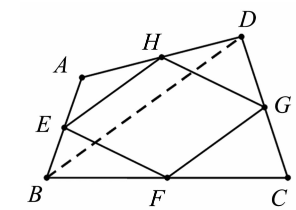


图 1

解:(1)证明:连接 BD.

∵点 E,H 分别为边 AB,AD 的中点,

∴$EH/\!/BD$,$EH=\frac{1}{2}BD$.

∵点 F,G 分别为边 BC,CD 的中点,

∴$FG/\!/BD$,$FG=\frac{1}{2}BD$.

∴$EH/\!/FG$,$EH=FG$.

∴中点四边形 $EFGH$ 是平行四边形. …………………………………………… 3 分

(2)四边形 $EFGH$ 是菱形.

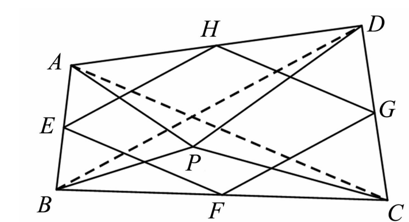


图 2

证明:连接 AC,BD.

∵$\angle APB=\angle CPD$,

∴$\angle APB+\angle APD=\angle CPD+\angle APD$,

即$\angle APC=\angle BPD$.

又∵$PA=PB$,$PD=PC$,

∴$\triangle APC\cong\triangle BPD$.

∴$AC=BD$. …………………………………………………… 6 分

∵点 E,F,G 分别为边 AB,BC,CD 的中点，

∴$EF=\frac{1}{2}AC$，$FG=\frac{1}{2}BD$，

∴$EF=FG$.

又∵四边形 $EFGH$ 是平行四边形，

∴中点四边形 $EFGH$ 是菱形. ………………………………………………………… 8 分

(3)当$\angle APB=\angle CPD=90^\circ$时，中点四边形 $EFGH$ 是正方形. ……………… 10 分

24.(本题满分 12 分)

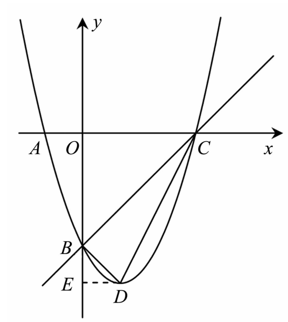


图 1

解：(1)解方程 $x^2+4x+3=0$，得 $x_1=-1$，$x_2=-3$.

∵m,n 是方程 $x^2+4x+3=0$ 的两根，且 $|m|<|n|$，

∴$m=-1$，$n=-3$.

把点 $A(-1,0)$，$B(0,-3)$代入 $y=x^2+bx+c$，

得$\begin{cases}1-b+c=0,\\ c=-3.\end{cases}$ 解得$\begin{cases}b=-2,\\ c=-3.\end{cases}$

∴这个抛物线的解析式为 $y=x^2-2x-3$. ………………………………………… 3 分

(2)令 $y=0$，则 $x^2-2x-3=0$，解得 $x_1=-1$，$x_2=3$.

∴点 C 的坐标为$(3,0)$. ……………………………………………………………… 4 分

又∵$y=x^2-2x-3=(x-1)^2-4$，

∴顶点 D 的坐标为$(1,-4)$. ………………………………………………………… 5 分

过 D 作 $DE\perp y$ 轴于点 E，

∵$OB=OC=3$，

∴$BE=DE=1$.

∴$\triangle BOC$ 和$\triangle BED$ 都是等腰直角三角形.

∴$\angle OBC=\angle DBE=45^\circ$.

∴$\angle CBD=90^\circ$.

∴$\triangle BCD$ 是直角三角形. ……………………………………………………… 7 分

(3)由点 B 坐标为$(0,-3)$，点 C 坐标为$(3,0)$，

得直线 BC 的解析式为 $y=x-3$. ………………………… 8 分

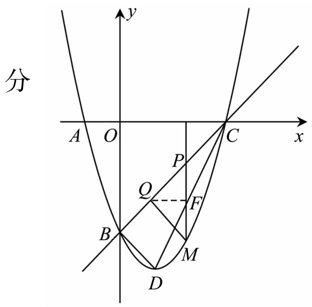


图 2

∵点 P 的横坐标为 t，$PM\perp x$ 轴，

∴点 M 的横坐标为 t.

又点 P 在直线 BC 上，点 M 在抛物线上，

∴点 P 的坐标为$(t,t-3)$，

点 M 的坐标为(t,t^2-2t-3). ……………………………………………… 9 分

过点 Q 作 $QF\perp PM$ 于点 F，则$\triangle PQF$ 为等腰直角三角形.

∵$PQ=\sqrt{2}$，

∴$QF=1$. ………………………………………………………………………… 10 分

讨论：如图 2，当点 P 在点 M 上方时，即 $0<t<3$ 时，

$PM=t-3-(t^2-2t-3)=-t^2+3t$，

∴$S=\frac{1}{2}PM\cdot QF$

$=\frac{1}{2}(-t^2+3t)=-\frac{1}{2}t^2+\frac{3}{2}t$；………………………… 11 分

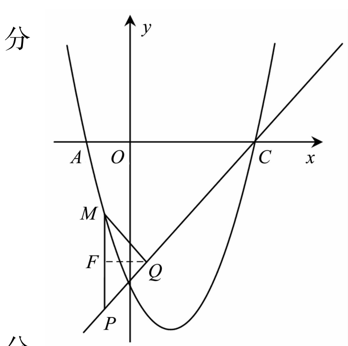


图 3

如图 3，当点 P 在点 M 下方时，即 $t<0$ 或 $t>3$ 时，

$PM=t^2-2t-3-(t-3)=t^2-3t$，

∴$S=\frac{1}{2}PM\cdot QF$

$=\frac{1}{2}(t^2-3t)=\frac{1}{2}t^2-\frac{3}{2}t$. ………………………… 12 分