

海淀区高一年级第一学期期末练习

数 学

2012.1

学校_____ 班级_____ 姓名_____ 成绩_____

本试卷共 100 分.考试时间 90 分钟.

题号	一	二	三			
			15	16	17	18
分数						

一.选择题：本大题共 8 小题，每小题 4 分，共 32 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 设全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ，集合 $M = \{1, 4\}$ ， $N = \{1, 3, 5\}$ ，则 $N \cap (\complement_U M) = (\quad)$

- A. $\{1\}$ B. $\{3, 5\}$ C. $\{1, 3, 4, 5\}$ D. $\{1, 2, 3, 5, 6\}$

2. 若直线 $(m^2 - 6)x + 3y = m$ 与直线 $x + y = 1$ 平行，则 (\quad)

- A. $m = 3$ 或 -3 B. $m = 3$ C. $m = -3$ D. $m = \sqrt{3}$ 或 $-\sqrt{3}$

3. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 4^x, & x > 0; \\ x+1, & x \leq 0 \end{cases}$ ，若 $f(a) + f(\frac{1}{2}) = 0$ ，则实数 a 的值等于 (\quad)

- A. -3 B. -1 C. 1 D. 3

4. 下列函数中，既是奇函数，又是在区间 $(0, +\infty)$ 上单调递增的函数为 (\quad)

- A. $y = x^{-1}$ B. $y = 2^x - 2^{-x}$ C. $y = \lg x$ D. $y = x^{\frac{1}{2}}$

5. 已知 a, b 是不重合的两条直线， α, β 为不重合的两个平面，给出下列命题：

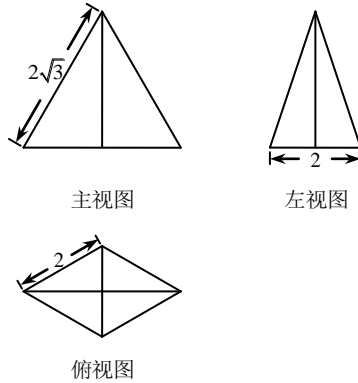
①若 $a \perp \alpha$ ， $a \parallel \beta$ ，则 $\alpha \perp \beta$ ；② $a \parallel \alpha$ 且 $\alpha \parallel \beta$ ，则 $a \parallel \beta$ ；③若 $a \perp \alpha$ ， $b \parallel \alpha$ ，则 $a \perp b$ 。其

中正确命题的序号是 (\quad)

- A. ①② B. ②③ C. ①③ D. ①②③

6. 如图，某几何体的主视图是腰长为 $2\sqrt{3}$ 的等腰三角形、左视图是底边长为 2 的等腰三角形，俯视图为边长为 2 的菱形，则该几何体的体积是 (\quad)

- A. $4\sqrt{3}$ B. $2\sqrt{3}$ C. 4 D. 2



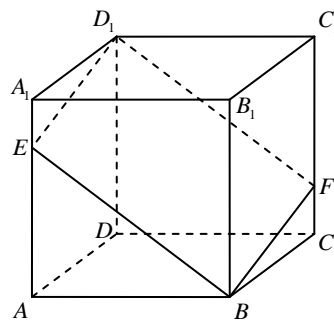
7. 若指数函数 $f(x) = a^x$ 的图象与射线 $3x - y + 5 = 0 (x \geq -1)$ 相交, 则 ()

- A. $a \in \left(0, \frac{1}{2}\right]$ B. $a \in \left[\frac{1}{2}, 1\right)$
 C. $a \in \left[\frac{1}{2}, 1\right) \cup (1, +\infty)$ D. $a \in \left(0, \frac{1}{2}\right] \cup (1, +\infty)$

8. 已知正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$, 如图, E 是棱 AA_1 上的动点, 过点 D_1, E, B 作该正方体的截

面交棱 CC_1 于点 F . 设 $AE = x$, 则三棱锥 $B_1 - EBF$ 的体积 ()

- A. 随着 x 增大而增大
 B. 随着 x 增大先增大后减少
 C. 随着 x 增大先减少后增大
 D. 与 x 取值无关, 且总保持恒定不变



二. 填空题: 本大题共 6 小题, 每小题 4 分, 共 24 分. 把答案填在题中横线上.

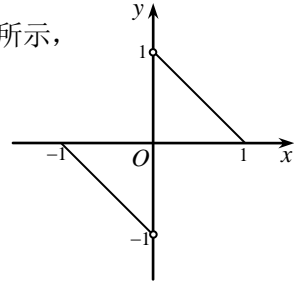
9. 正三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 底面边长为 3, 侧棱长为 2, 则它的全面积是_____.
10. 函数 $y = \sqrt{\log_2 x - 2}$ 的定义域是_____.
11. 已知直线 $3x - 4y - 27 = 0$ 上的动点 M 与定点 $P(2, 1)$ 之间的距离记为 $|MP|$, 则 $|MP|$ 的最小值

是_____.

12. 函数 $f(x) = x^2 - 2ax + 1$ 在 $[1, 3]$ 上的最大值为 4, 则实数 $a =$ _____.

13. 已知定义在区间 $[-1, 0) \cup (0, 1]$ 上的函数 $y = f(x)$ 的图象如图所示,

则不等式 $f(x) > 2x + f(-x)$ 的解集为 _____.



14. 已知下列四个命题:

① 函数 $f(x) = 2^x$ 满足: 对任意 $x_1, x_2 \in \mathbf{R}$, 且 $x_1 \neq x_2$ 都有

$$f\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right) < \frac{1}{2}[f(x_1) + f(x_2)];$$

② 函数 $f(x) = \log_2(x + \sqrt{1 + x^2})$, $g(x) = 1 + \frac{2}{2^x - 1}$ 均是奇函数;

③ 若函数 $f(x)$ 满足 $f(x-1) = -f(x+1)$, $f(1) = 2$, 则 $f(7) = -2$;

④ 设 x_1, x_2 是关于 x 的方程 $|\log_a x| = k$ ($a > 0, a \neq 1, k > 0$) 的两根, 则 $x_1 x_2 = 1$;

其中正确命题的序号是_____.

三.解答题:本大题共 4 小题,共 44 分.解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤.

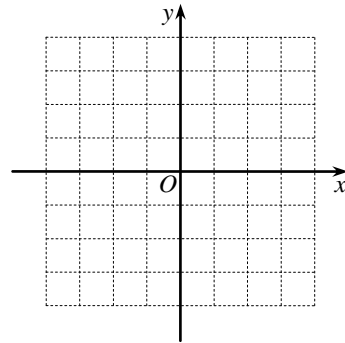
15. (本小题满分 10 分)

已知函数 $f(x) = x \cdot |x| - 2x$.

(I) 求函数 $f(x)$ 的零点;

(II) 画出 $y = f(x)$ 的图象, 并结合图象写出方程 $f(x) = m$ 有三个不同实根时, 实数 m 的取值范围;

(III) 写出函数 $f(x)$ 的单调区间.

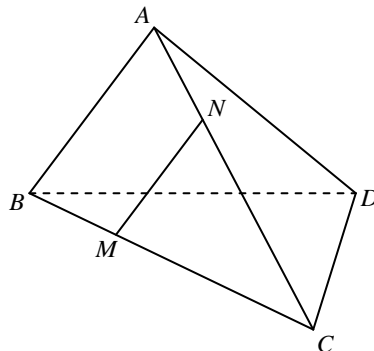


16. (本小题满分 12 分)

如图所示, 三棱锥 $A-BCD$ 中, $MN \parallel AB$, 且 $MN \perp CD$, $BD \perp CD$.

(I) 求证: $MN \parallel$ 平面 ABD ;

(II) 求证: $CD \perp$ 平面 ABD .



17 (本小题满分 12 分)

已知直线 $l_1: x - 3y + 10 = 0$ 与 $l_2: 2x + y - 8 = 0$ 相交于点 A , 点 O 为坐标原点. P 为线段 OA 的中点.

(I) 求点 P 的坐标;

(II) 过点 P 作直线 l 分别交直线 l_1, l_2 于 B, C 两点, 若 $\triangle ABC$ 为直角三角形, 求直线 l 的方程.

18. (本小题满分 10 分)

函数 $f(x)$ 是定义在 $(0, +\infty)$ 上的函数, 满足下列条件:

① $f(2) = 0$; ② $x > 1, f(x) < 1$; ③ 任意 $x, y \in (0, +\infty)$, 有 $f(xy) = f(x) + f(y) - 1$.

(I) 求 $f(\frac{1}{2})$ 的值;

(II) 判断并证明函数 $f(x)$ 在区间 $(0, +\infty)$ 上的单调性;

(III) 解不等式 $f(x) > 4x + 2$.

海淀区高一年级第一学期期末练习

数 学

参考答案及评分标准

2012.1

一. 选择题: 本大题共 8 小题, 每小题 4 分, 共 32 分.

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
----	---	---	---	---	---	---	---	---

答案	B	C	A	B	C	B	D	D
----	---	---	---	---	---	---	---	---

二.填空题:本大题共6小题,每小题4分,共24分.

9. $18 + \frac{9\sqrt{3}}{2}$

10. $[4, +\infty)$

11. 5

12. 1

13. $[-1, -\frac{1}{2}) \cup (0, \frac{1}{2})$

14. ①②③④

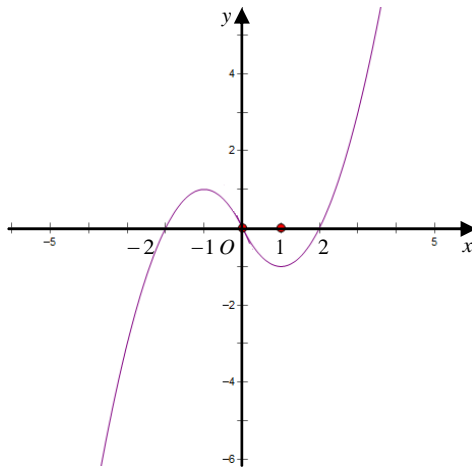
三.解答题:本大题共4小题,共44分.

15. (本小题满分10分)

解: (I) 由 $f(x) = 0$ 可解得 $x = 0, x = \pm 2$, 所以函数 $f(x)$ 的零点为 $-2, 0, 2$.

-----3分 (注: 一个零点1分)

(II)



-----5分

由图象可得实数 $m \in (-1, 1)$ -----7分

(III) 单调递增区间: $(-\infty, -1), (1, +\infty)$, 单调递减区间: $(-1, 1)$.

-----10分

(注: 单调递增区间可以写成 $(-\infty, -1], [1, +\infty)$, 单调递减区间可以写成 $[-1, 1]$, 一个区间1分)

16. (本小题满分12分)

证明: (I) $\because MN \parallel AB, AB \subset \text{平面} ABD, MN \not\subset \text{平面} ABD$ -----3分

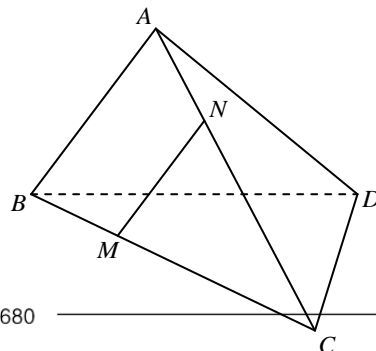
$\therefore MN \parallel \text{平面} ABD$ -----6分

(II) $\because MN \parallel AB, MN \perp CD$

$\therefore CD \perp AB$ -----9分

又 $\because CD \perp BD$, 且 $AB \cap BD = B$

$\therefore CD \perp \text{平面} ABD$



-----12分

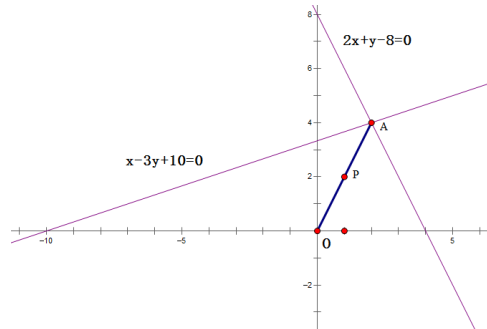
17 (本小题满分 12 分)

解: (I) 因为直线 $l_1: x-3y+10=0$ 与 $l_2: 2x+y-8=0$ 相交于点 A,

解方程组 $\begin{cases} x-3y+10=0 \\ 2x+y-8=0 \end{cases}$ 得: $\begin{cases} x=2 \\ y=4 \end{cases}$ 所以 A (2,4) .-----4分

因为 O (0,0), P 为线段 OA 中点, 故由中点坐标公式求得 P (1, 2) .

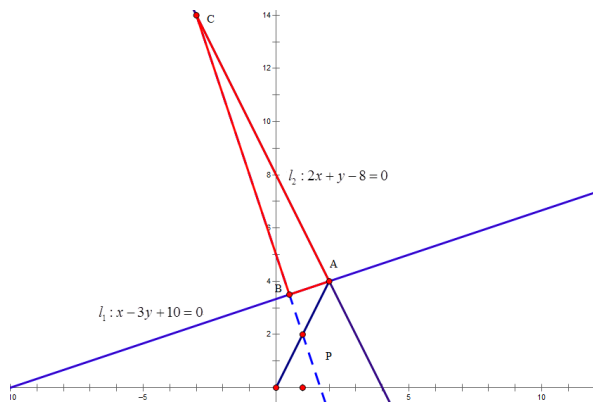
-----6分



(II) 因为 $k_1 = \frac{1}{3}, k_2 = -2$, 所以 $k_1 \cdot k_2 \neq -1$. 故 $\angle BAC \neq 90^\circ$.-----8分

当 $l \perp l_1$ 即 $\angle ABC=90^\circ$ 时, 设 $l: 3x+y+m=0$, 因为直线 l 过 P (1, 2), 所以

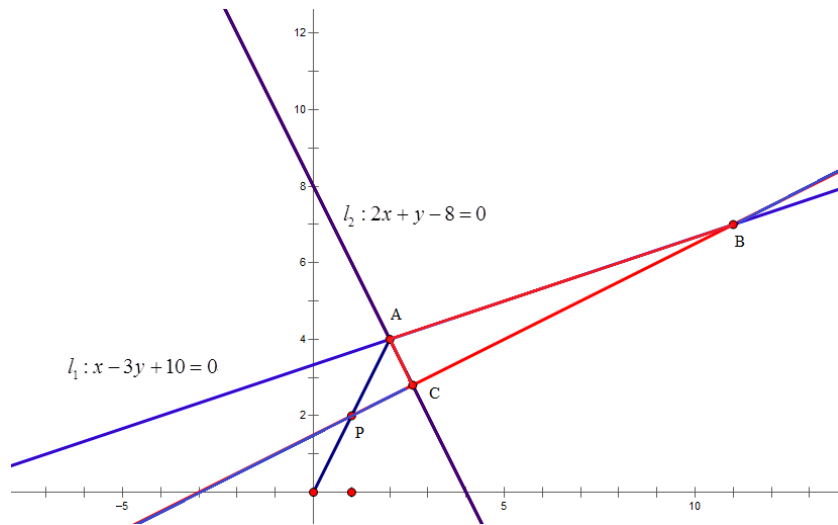
$3 \times 1 + 2 + m = 0$. 解得 $m = -5$, 故 $l: 3x + y - 5 = 0$. -----10分



当 $l \perp l_2$ 即 $\angle ACB=$

90° 时, 设 $l: x-2y+n=0$, 因为直线 l 过 P (1, 2), 所以

$1 - 2 \times 2 + n = 0$. 解得 $n = 3$. 故 $l: x - 2y + 3 = 0$. -----12分



综上，直线 l 的方程为 $3x + y - 5 = 0$ 或 $x - 2y + 3 = 0$.

18. (本小题满分 10 分)

(I) 解: \because 任意 $x, y \in (0, +\infty)$, 有 $f(xy) = f(x) + f(y) - 1$

\therefore 当 $x = y = 1$, 有 $f(1) = 1$ -----1 分

当 $x = \frac{1}{2}, y = 2$, 有 $f(\frac{1}{2} \times 2) = f(\frac{1}{2}) + f(2) - 1$

$\because f(2) = 0, \therefore f(\frac{1}{2}) = 2$ -----3 分

(II) 结论: $f(x)$ 在区间 $(0, +\infty)$ 上是减函数. -----4 分

证明: 任取 $x_1, x_2 \in (0, +\infty)$, 设 $x_2 > x_1 > 0$, 则 $\frac{x_2}{x_1} > 1$ -----5 分

\because 任意 $x, y \in (0, +\infty)$, 有 $f(xy) = f(x) + f(y) - 1$

\therefore 当 $x = x_1, y = \frac{x_2}{x_1}$, 有 $f(x_2) = f(x_1 \cdot \frac{x_2}{x_1}) = f(x_1) + f(\frac{x_2}{x_1}) - 1$ -----6 分

$\because \frac{x_2}{x_1} > 1, \therefore f(\frac{x_2}{x_1}) < 1, \therefore f(\frac{x_2}{x_1}) - 1 < 0. \therefore f(x_2) = f(x_1) + f(\frac{x_2}{x_1}) - 1 < f(x_1)$

$\therefore f(x)$ 在区间 $(0, +\infty)$ 上是减函数. -----7 分

(III) 解: $f(\frac{1}{4}) = f(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}) = f(\frac{1}{2}) + f(\frac{1}{2}) - 1 = 3$ -----8 分

设 $F(x) = f(x) - 4x - 2$

由 (II) 可知函数 $F(x)$ 在区间 $(0, +\infty)$ 上是减函数,

又： $\because F\left(\frac{1}{4}\right) = f\left(\frac{1}{4}\right) - 4 \times \frac{1}{4} - 2 = 0$ -----9分

可知：当 $x > \frac{1}{4}$ 时， $F(x) < 0$ ；当 $0 < x < \frac{1}{4}$ 时， $F(x) > 0$.

\therefore 不等式 $f(x) > 4x + 2$ 的解集为 $\{x | 0 < x < \frac{1}{4}\}$ -----10分

说明：解答题有其它正确解法的请酌情给分.